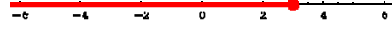


## Lukuväleistä

$$-2 < x \leq 5 \text{ tai } ]-2,5]$$



$$x \leq 3 \text{ tai } ]-\infty,3]$$



Funktio on **sääntö**, joka ilmoittaa asioiden välisen riippuvuussuhteen. **Muuttujaksi** (variaabeliksi) sanotaan sitä arvoa, jota muutetaan, esimerkiksi edellä pöytien määrä. Säännön avulla saatua arvoa sanotaan **funktion arvoksi**. Muuttujaa merkitään yleensä kirjaimella  $x$  ja funktion arvoja kirjaimella  $y$ .

Jos funktion arvo saadaan matemaattisten laskutoimitusten avulla laskettua toisesta suureesta, tätä laskusääntöä sanotaan **funktion lausekkeeksi**.

Ne muuttujat, joilla funktion arvo on mielekäs laskea, muodostavat **määrittelyalueen** eli **määrittelyjoukon**. Esimerkissä 4 tuolien lukumäärä voidaan laskea millä tahansa reaaliluvulla, mutta mielekkäitä pöytien määriä ovat vain positiiviset kokonaislukuarvot ( $p \in \mathbb{Z}_+$ ).

Funktiota on tapana merkitä kirjaimilla  $f, g, h, i, \dots$  tai tilannetta kuvaavalla kirjaimella, tilavuutta kirjaimella  $V$ , massaa kirjaimella  $m$  jne. Riippuvuus voidaan kirjoittaa muotoon  $y = f(x)$ , missä  $x$  on muuttuja. Merkintä luetaan "f arvolla x".

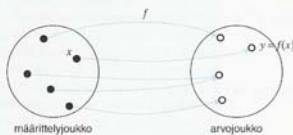
$$h(x) = 2x + 1$$

funktio  
funktion lauseke  
muuttuja  
funktion nimi

$$h(5) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

muuttujan arvo 5  
sijoitus  
funktion arvo, kun muuttuja on 5

Funktio yhdistää kahden eri joukon jäseniä keskenään yksikäsitteisesti.



Funktion kaikki arvot  $y$  muodostavat **arvojoukon**. Arvojoukko koostuu niistä arvoista, joita funktio saa mielekkäillä, määrittelyjoukkoon kuuluvilla muuttujan  $x$  arvoilla. Esimerkiksi tuolitehtävän arvojoukon muodostavat tuolien lukumäärät eli luku 4 ja sitä suuremmat parilliset kokonaisluvut.

### 6. a) Taulukko

$x$	$y$
1	2
2	4
3	6
4	8
$x$	$2 \cdot x$

Saadetaan funktio  $y = 2x$  eli  $f(x) = 2x$

b) Taulukko

x	y	y
1	1	$= 1^2$
2	4	$= 2^2$
3	9	$= 3^2$
4	16	$= 4^2$
x		$= x^2$

Saadon funktio  $y = x^2$  eli  $f(x) = x^2$

c) Taulukko

x	y	y
1	2	$= 3 \cdot 1 - 1$
2	5	$= 3 \cdot 2 - 1$
3	8	$= 3 \cdot 3 - 1$
4	11	
x		

Saadon funktio  $y = 3x - 1$  eli  $f(x) = 3x - 1$

d) Käytetään päätelyssä b) kohdan arvoja viiheenä, sillä y:n arvot ovat kahda pienemmät kuin sinä.

x	y	y
1	-1	$= 1^2 - 2$
2	2	$= 2^2 - 2$
3	7	$= 3^2 - 2$
4	14	$= 4^2 - 2$
x		$= x^2 - 2$

Saadon funktio  $y = x^2 - 2$  eli  $f(x) = x^2 - 2$

Vastaus: a)  $f(x) = 2x$  b)  $f(x) = x^2$  c)  $f(x) = 3x - 1$  d)  $f(x) = x^2 - 2$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

a)  $f(3) = 3 \cdot 3 - 5 = 9 - 5 = 4$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

b)  $f(k) = 3k - 5$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

c)  $f(t + 1) = 3 \cdot (t + 1) - 5$   
 $= 3t + 3 - 5$   
 $= 3t - 2$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

d)  $3x - 5 = 0$

$$3x = 5 \quad | :3$$

$$x = 1\frac{2}{3}$$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

e)  $3x - 5 = -5$

$$3x = -5 + 5$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

**T 10.** (sivu 22)

$$f(x) = 3x - 5$$

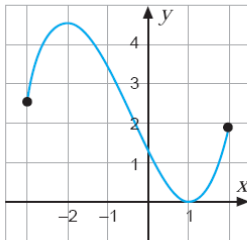
f)  $3x - 5 = \frac{1}{3}$

$$3x = \frac{1}{3} + 5$$
$$3x = 5\frac{1}{3}$$

**T 10.** (sivu 22)

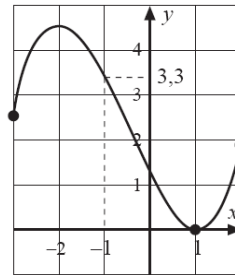
$$3x = \frac{16}{3} \quad | :3$$
$$x = \frac{16}{9}$$
$$x = 1\frac{7}{9}$$

12. a)



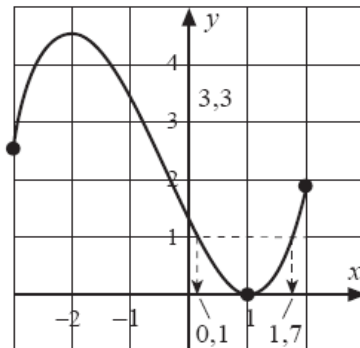
Funktion nollakohdilla tarkoitetaan niitä muuttujan  $x$  arvoja, joissa kuvaaja leikkaa  $x$ -akselin tai sivuaa sitä eli  $x = 1$ .

b) Katsotaan kuvaajasta ne  $y$ :n arvot, jotka vastaavat muuttujan arvoja  $-1 \leq x \leq 1$ . Nämä ovat  $0 \leq y \leq 3,3$ .



11

c)



Muuttujan arvot ovat  $0,1 \leq x \leq 1,7$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

a)  $f(0) = 0^2 - 1 = 0 - 1 = -1$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

**b)**  $f(a) = a^2 - 1$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

**c)**  $f(x+1) = (x+1)^2 - 1$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

**c)**  $f(x+1) = (x+1)^2 - 1$   
 $= x^2 + 2x + 1 - 1$   
 $= x^2 + 2x$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

**d)**  $a \cdot f(x-2) = a \cdot [(x-2)^2 - 1]$

**T 18.** (sivu 23)

$$f(x) = x^2 - 1$$

**d)**  $a \cdot f(x-2) = a \cdot [(x-2)^2 - 1]$   
 $= a \cdot (x^2 - 4x + 4 - 1)$   
 $= ax^2 - 4ax + 3a$

Elokuvasa Avaruusseikkailu 2001 ohjaaja Kubrick käytti kapinoivasta tietokoneesta nimeä HAL

Tämä lienee Caesarin salakirjoituksella tehty salanimi, mikähän olisi nimi salaamattomana?