MAOL ry:n pisteytyssuositus
PITKÄ MATEMATIIKKA KEVÄT 2003

1.
a)

saman juurimerkin alle vienti		1
murtolukujen jakolasku, so. muoto $\sqrt{\frac{15}{4}\bullet\frac{3}{5}}$		1
tulos $\frac{3}{2}$		1

----

laskettu alusta lähtien pelkästään laskimella	a-kohdasta	0
vastauksena $\pm\frac{3}{2}$		-1

b)

lavennettu xy:llä tai saatettu samannimiseksi ja supistettu yhteinen nimittäjä, so. muoto $\frac{x^2+y^2-2xy}{x^2-y^2}$	1
supistettu tekijällä $x-y$ ja saatu tulos $\frac{x-y}{x+y}$	1+1

----

määrittelyalueet tutkimatta tai virheellisiä	-0

2.
kolmion sivu = a

ympyröiden säteet $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ ja $\frac{a}{\sqrt{3}}$ (laskettu tai taulukosta)	2
(TAI: säteiden suhde 2 : 1 perusteluineen	2)
alojen suhde ulko : sisä = 4	2
prosentteina 300 %	2

----

suhde laskettu väärin päin	-2
prosenttiluku pelkästään ilmoitettu	-1

3.
n palaa, neliön sivu = 95n

palojen yhteispituus $n \bullet 95n \leq 1600$	2
$n \leq \sqrt{\frac{1600}{95}} \approx 4{,}10,\ n_{\max} = 4$	2
neliön sivun maksimi $4 \cdot 95 = 380$ (mm)	2

----

palan pituus laskettu laudan pinta-alan neliöjuurena	0
esiintyy $n \leq \pm\sqrt{\frac{1600}{95}}$, muuten käsittely oikein	-1
käsitelty pelkästään yhtälöinä	max 4

myös muu perusteltu tutkimus hyväksytään

4.

epäonnistumistodennäköisyydet $P(M) = 0,25,\ P(F) = 0,17,\ P(M \cap F) = 0,10$

$P(M \cap F \mid F) = \dfrac{P(M \cap F)}{P(F)}$ 2

$= \dfrac{10}{17} \approx 0,59$ 1

$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F)$ 2

$= 0,32$ 1

----

käytetty tiettyä pyrkijämäärää -2

5.

a)

jälkimmäinen yhtälö muotoon $x = 3y$ 1

ratkaisu $x = \dfrac{12}{5}, y = \dfrac{4}{5}$ 2

----

ratkaisussa likiarvoja -1

b)

riittävän tarkka kuvio 1

vastaus $|x| \geq 1,9$ tai $|x| > 1,9$ (esim. kuviosta) 1

$|x| \geq 1,90$ tai $|x| > 1,90$, tarkkuus perusteltu (esim. haarukoimalla) 1

----

ei käsitelty negatiivista puolta - 1

6.

havainto $\gamma = \pi - \alpha - \beta$ tms. ja tämän syöttäminen yhtälöön 1

kaavan manipulointi: $\sin\alpha \sin\beta = -\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$,

josta $\cos\alpha\cos\beta = 0$ 2

$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ tai $\beta = \dfrac{\pi}{2}$ 2

kolmion toteaminen suorakulmaiseksi 1

----

todistettu implikaatio väärään suuntaan 0

7.

suoran parametrimuoto $x = 2 + 3t, y = 3 + t, z = 7 + 3t$ 2

leikkauspisteessä $t = -\dfrac{7}{4}$ 2

leikkauspiste $\left(-\dfrac{13}{4}, \dfrac{5}{4}, \dfrac{7}{4}\right)$ 2

----

voidaan käsitellä myös vektorien avulla

8.

lieriön korkeus h, pohjan säde r, $r^2 + \frac{h^2}{4} = 1$

lieriön tilavuus $V(h) = \pi h(1 - \frac{h^2}{4})$, $0 \le h \le 2$ 1

$V'(h) = 0 \Rightarrow 3h^2 = 4$, josta $h = \frac{2}{\sqrt{3}}$ 2

perustelut suurimmalle arvolle 1

$h = \frac{2}{\sqrt{3}}, r = \sqrt{\frac{2}{3}}$ 1

suhde $1 : \sqrt{3}$ 1

9.

lähtökohta: $y = \frac{x+2}{x-3}$ ratkaistaan x:n suhteen 1

$f^{-1}(t) = \frac{3t+2}{t-1}$ 1

määrittelyalue $t > 1$ ja sen perustelu, esim. kuva tai $f^{-1}(t) = 3 + \frac{5}{t-1}$ 2

$$\frac{3\frac{x+2}{x-3}+2}{\frac{x+2}{x-3}-1} = \ldots = x$$ 2

10.

kelvolliseksi katsottava funktio, esim. $f(x) = ax(1-x)$,
missä $a = 600$ 3
ominaisuuksien toteennäyttäminen 3
----
esimerkin kelpoisuutta ei helposti näe, eikä sitä osoiteta max 2

11.

lähdetään ratkaisemaan yhtälöparia $x^2 + y^2 = 1, x_0x + y_0y = 1$ 1
saadaan yhtälö $x^2 - 2x_0x + x_0{}^2 = 0$ 2
ainoa juuri $x = x_0$, jolloin $y = y_0$ 2
erikoistapausten, esim. $y_0 = 0$ huomiointi 1
TAI:
tarkasteltu funktiota $y = \sqrt{1 - x^2}$ 1

derivaatta $y' = -\frac{x_0}{\sqrt{1 - x_0{}^2}}$ 1

tangentin yhtälö $y - y_0 = -\frac{x_0}{y_0}(x - x_0)$ eli $x_0x + y_0y = 1$ 2
juurien molempien haarojen huomiointi 1
erikoistapausten, esim. $x_0 = 1$ huomiointi 1

12.

$a(1+q+q^2)=3,\ a(1+q+q^2)+aq^3(1+q+q^2)=12$ tai vast. 1

$3+3q^3=12 \Rightarrow q=\sqrt[3]{3}$ 2

$q>1$, siis ei suppene 1

$S_9=12+aq^6(1+q+q^2)=12+3\cdot 9=39$ 2

----

tapaus $q=1$ tutkimatta -0

13.

näkyvissä olevan kalotin korkeus h

ehto yhdenmuotoisista kolmioista

$\frac{\sqrt{(r+d)^2-r^2}}{r+d}=\frac{h+d}{\sqrt{(r+d)^2-r}}$ tai vastaava 1

$h=\frac{rd}{r+d}$ 1

alojen suhde kalotti : pallo $=\frac{d}{2(r+d)}$ 1

prosentteina $\frac{50d}{r+d}$ 1

raja-arvo 50 % (laskettuna eo. lausekkeesta tai geom. perustelu) 1

500 km:n korkeudelta näkyy n. 3,6 % 1

----

vastaukseksi hyväksytään myös 4 % tai 3,63 %

14.

yleinen ratkaisu $y(x)=-\frac{1}{x+C}$ (separoimalla) 2

alkuehtoa vastaava yksittäisratkaisu $y_a(x)=\frac{a}{1-ax}$ 2

raja-arvo 0 2

15.

kuvio pisteistä z_k 1

$z_0=1, z_1=\frac{1+i}{\sqrt{2}}, z_2=i, z_3=\frac{-1+i}{\sqrt{2}}, z_4=-1$ tai muu perustelu kuviolle 2

kuvapisteet $w_0=1, w_1=i, w_2=-1, w_3=-i, w_4=1$ 1

kuvio pisteistä w_k 2