MAOL ry:n pisteytyssuositus
PITKÄ MATEMATIIKKA syksy 2001

1.

toisen tuntemattoman eliminointi: järkevä alku	1
ryhmän redusointi uuteen yhtälöön	+2
tästä $x = \frac{9}{23}$ tai $y = \frac{2}{23}$	+1
toisenkin tuntemattoman ratkaiseminen	+2
-----	
laskuvirhe ryhmän redusoinnissa	max 2
Jos siirrytty likiarvoihin, pisteitä vain tarkoilla arvoilla lasketusta osasta	
tulos suoraan laskimella	0

2.

ratkaisukaavalla $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4b(a-b)}}{2(a-b)}$	1
$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2}}{2(a-b)}$	+1
$x = \frac{-a \pm \lvert a-2b \rvert}{2(a-b)}$ tai $x = \frac{-a \pm (a-2b)}{2(a-b)}$	+2
$x_1 = -1$	+1
$x_2 = \frac{b}{b-a}$	+1
-----	
keksitty juuri -1 ja tarkistettu sijoittamalla	2

3.

s = 187 km, $T_1 = 1\frac{52}{60}$ h, $T_2 = 2\frac{4}{60}$ h

$v_1 = \frac{s}{T_1} \approx 100{,}2$ km/h (100 km/h)	1
$v_2 = \frac{s}{T_2} \approx 90{,}5$ km/h (90 km/h)	+1
kohtaamisaika kahdella tavalla, etäisyys Helsingistä = x, tms.:	
$8\frac{58}{60} + \frac{x}{v_2} = 8\frac{6}{60} + \frac{187-x}{v_1}$	+1
$x = \frac{s}{T_1 + T_2} \approx 47{,}5$ km (48 km)	+2

$t = 8\frac{58}{60} + \dfrac{x}{v_2} = 8\frac{58}{60} + \dfrac{T_2}{T_1 + T_2} \approx 9,4921$, siis klo 9.30 (klo 9.29) +1

-----

käytetty alusta asti (riittävän tarkkoja) likiarvoja -0

4.

Eliminoitu y, saatu 2. asteen yhtälö x:lle, ei tarvitse olla sievennetty 1

$9x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{1}{3}$, siis yksi yhteinen piste +1

derivaatat: $y_1' = \dfrac{3-x}{2}$, $y_2' = 4x$ +1

$y_1'(\frac{1}{3}) = y_2'(\frac{1}{3}) = \frac{4}{3}$, siis yhteinen tangentti +1

tangentin yhtälö $y - \frac{11}{9} = \frac{4}{3}(x - \frac{1}{3})$ +1

$12x - 9y + 7 = 0$ tai $y = \frac{4}{3}x + \frac{7}{9}$ +1

-----

laskettu vain yksi derivaatta -2

5.

pouta $\underset{0,8}{\longrightarrow}$ pouta $\underset{0,2}{\longrightarrow}$ sade

pouta $\underset{0,2}{\longrightarrow}$ sade $\underset{0,6}{\longrightarrow}$ sade

tai muu perustelu 3

$P = 0,8 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,28$ +3

----

vain toinen haara tutkittu max 2

6.

vyöhykkeen korkeus $h_1 = R\sin 23,5^o$, 1

kalotin korkeus $h_2 = R(1 - \sin 66,5^o)$ +1

trooppinen alue $\dfrac{2 \cdot 2pRh_1}{4pR^2} = \sin 23,5^o \approx 40$ % (39,9 %) +2

napa-alueet $\dfrac{2 \cdot 2pRh_2}{4pR^2} = 1 - \sin 66,5^o \approx 8$ % (8,3 %) +2

-----

tulkittu: laskettava vain yhden kalotin osuus maapallon pinta-alasta -0

käytetty säteenä väärää numeerista arvoa 0

7.

tason suuntavektori $\bar{a}$ 1

tason suuntavektori $\bar{b}$ +1

suoran suuntavektori $\bar{s} = 2\bar{i} - 11\bar{j} - 3\bar{k}$ +1

$\bar{s} \cdot \bar{a} = 0,\ \bar{s} \cdot \bar{b} = 0$ tai $\bar{a} \times \bar{b} \parallel \bar{s}$ +2

johtopäätös +1

-----

osoitettu kohtisuoruus vain yhtä tason vektoria vastaan max 3

8.

$y_1 - y_2 = \ln(1 + e^x) - x$ 1

$= \ln \dfrac{1+e^x}{e^x}$ +1

$= \ln(1 + e^{-x})$ +1

$\to 0$ +2

perustelu raja-arvolle (logaritmifunktion jatkuvuus) +1

9.

ehto $|q| = \left| \dfrac{2x-1}{3x+1} \right| < 1$ 1

tästä $x < -2$ tai $x > 0$, $x \neq \frac{1}{2}$ +2

summa $S(x) = \dfrac{3x+1}{x+2}$ +1

kuvaaja +1

määrittelyalue kuvaajassa oikein +1

-----

havaitsematta $x \neq \frac{1}{2}$ -0

murtoepäyhtälössä kerrottu ristiin tms. väärä käsittely tuhoaa jatkon

q ilman itseisarvoja max 2

10.

idea keskipisteen laskemiseksi 1

keskipiste (70,42) +3

säde $r = 70$ +1

mittakaavamuunnos $70 \cdot 25\,\text{m}$ = 1750 m +1

11.

$f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$, $m(a) = \displaystyle\int_a^{a+2} f(x)\,dx = \left[\ F(a+2) - F(a)\ \right]$ 1

lauseke derivaatalle $m'(a) \left[= f(a+2) - f(a) \right]$ +2

$m'(a) = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$ +2

ääriarvon perustelut +1

12.

periaatteellinen kuva, jossa pyörähtävä alue, tai perustelu integraalille 1

$V = p\int_0^9 \left(3-\sqrt[3]{y-1}\right)^2 dy$ +1

integraalifunktio $\frac{3}{5}\sqrt[3]{(y-1)^5} - \frac{9}{2}\sqrt[3]{(y-1)^4} + 9y$ +2

$V = \dfrac{333p}{10} (\approx 105)$ +2

-----

vain likiarvo -1

13.

Piste / kohta annetaan, jos vastaus on oikein ja perustelut osoittavat ymmärrystä.

a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$ 1

b) $x = \dfrac{1}{np}, n \in \text{¢} \setminus \{0\}$ tai $x = 0$ +1

c) $g(x) \in [-1,1]$ +1

d) $\lim\limits_{x\to 0} h(x) = 0$ +1

e) on jatkuva +1

f) ei ole +1

Perustelujen epätarkkuuksista ei sakoteta.

b-kohdassa nollakohdista saa unohtaa origon

14.

selostus: yleinen iteraatiokaava tai rekursion idea 2

$x_{n+1} = x_n - \dfrac{e^{x_n} + \sin x_n}{e^{x_n} + \cos x_n}$ +1

sopiva alkuarvo suurimmalle juurelle perusteluineen, esim. kuvaaja +1

iteraatio, josta näkyy viidennen desimaalin stabiloituminen +1

vastaus -0,58853 +1

15.

differentiaaliyhtälö $\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{k}{E}$ 1

separoimalla $E(t) = \sqrt{2kt + C}$ +2

on jatkuva kasvu (perusteluksi riittää, että jostakin ilmenee $k > 0$) +1

kasvu on hidastuvaa (kuvaajakin riittää perusteluksi) +1

ei lähesty vakiotasoa (maininta $\lim\limits_{t\to\infty} E(t) = \infty$) +1

C puuttuu -1