MAOL ry:n pisteytyssuositus

Matematiikka pitkä oppimäärä
Syksy 2008

1. a)	nimittäjien poisto, esim. $6-4x>9$ tai muoto $\frac{x}{3}<...$	1
	$-4x>3$, josta $x<-\frac{3}{4}$	+1
b)	lavennus samannimisiksi $\frac{x-1+1+x}{x^2}$	+1
	$=\frac{2x}{x^2}=\frac{2}{x}$	+1
c)	kulmakerroin $k=\frac{3}{5}$	+1
	yhtälö $y-8=\frac{3}{5}(x-6)$, josta $3x-5y+22=0$	+1
	**	
	b) yhdistetty kaksi jälkimmäistä termiä ja tehty merkkivirhe	0
	b) ymmärretty yhtälöksi	0

2. a)	käytetty oikeaa kaavaa $\frac{(1+x^2)(-4x)-(1-2x^2)\cdot 2x}{(1+x^2)^2}$	1
	sievennys $-\frac{6x}{(1+x^2)^2}$	+1
b)	$\int(e^{3x}-x)dx$, ainakin toinen termi integroitu oikein	+1
	$\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{1}{2}x^2+C$	+1
c)	$5\cdot 5^n=5^{25}$	+1
	$5^{n+1}=5^{25}$, josta $n+1=25$ eli $n=24$	+1
	**	
	b-kohta: C puuttuu	-1

3. a)	$\Big/_{0}^{\pi}(x-\cos x)$	1
	$\pi - \cos\pi - (0 - \cos 0)$	+1
	$\pi + 1 + 1 = \pi + 2$	+1
b)	$7x^3 - 5x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(7x^2 - 5x - 2) = 0$	+1
	$x = 0 \vee 7x^2 - 5x - 2 = 0$	+1
	$x = 0 \vee x = 1 \vee x = -\frac{2}{7}$	+1
	***	
	b) jaettu puolittain x:llä ja kadotettu juuri 0	-1

4.	latvaosan korkeus = h, yhdenmuotoisuus: $\frac{h}{10} = \frac{14}{35}$	2
	josta $h = 4$ m, jolloin tukin pituus = 10 m	+1
	yhden tukin tilavuus $V = \frac{1}{3}\pi(0{,}175^2 \cdot 14 - 0{,}05^2 \cdot 4) \approx 0{,}4385$	+2
	kaadettujen määrä $\frac{200}{V} \approx 456$ (tai 457 tai 450 tai 460)	+1

5.	1. kolmion kannan puolikas = 2 ja korkeus $\sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$ ja ala = $2\sqrt{21}$	1
	toisen kolmion kanta x, vastaava korkeus $\sqrt{5^2 - (x/2)^2}$	
	ehto: $\frac{1}{2}x\sqrt{5^2 - (x/2)^2} = 2\sqrt{21}$	+1
	$x^4 - 100x^2 + 1344 = 0$	+1
	$x^2 = 50 \pm 34$	+1
	$(x_1 = 4)$, $x_2 = 2\sqrt{21}$ $(\approx 9{,}2)$	+2
	***	
	kaikki tarkat arvot korvattu likiarvoilla	max 4

6.	paraabelilla oleva kärkipiste (a, a^2)	1
	suorakulmion ala $A = a^3$	+1
	paraabelin alle jäävä osa $A_1 = \int_0^a x^2 dx = \frac{1}{3}a^3 = \frac{1}{3}A$	+1
	yläpuolinen osa	+1
	kysytty suhde 1 : 2 tai 2 : 1	+2

7.	neliöinti: $2 - x = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$	2
	juuret $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$	+1
	reaalisuusehto: $2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$	+1
	ratkeavuusehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$, yhdessä : $-2 \leq x \leq 2$	+1
	siis vain $x = \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}$ toteuttaa ehdot	+1
	**	
	juuriehdokkaiden tarkistus sijoittamalla ok	

8.	$P(X = k) = \frac{\binom{3}{k}\binom{2}{2-k}}{\binom{5}{2}}$	
	todennäköisyydet $\frac{1}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}$	1+1+1
	$E(X) = \frac{1}{10} \cdot 0 + \frac{6}{10} \cdot 1 + \frac{3}{10} \cdot 2$	+2
	= 1,2	+1
	**	
	yksi todennäköisyys väärin	max 4

9.	sektorin keskuskulma x, sektorin osuus ympyrästä $t = \frac{360 - x}{360}$, $t \in [0,1]$	
	kartion pohjan säde $R = \frac{2\pi rt}{2\pi} = rt$, kartion korkeus $h = \sqrt{r^2 - R^2} = r\sqrt{1 - t^2}$	1
	kartion tilavuus $V = \frac{\pi}{3} r^3 t^2 \sqrt{1 - t^2}$	+1
	$V'(t) = \frac{\pi}{3} r^3 \left(2t\sqrt{1 - t^2} - \frac{t^3}{\sqrt{1 - t^2}} \right)$	+1
	$V'(t) = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2}{3}}$	+1
	$x = 360^\circ \cdot (1 - \sqrt{\frac{2}{3}}) \approx 66^\circ$	+1
	maksimin perustelu	+1

10.	Merk. $f(x) = (1-x)^8 - 1 + 8x$	1
	$f'(x) = -8(1-x)^7 + 8$	+1
	$f'(x) = 0 = \; x = 0$	+1
	$x > 0 = \; f'(x) > 0$; $x < 0 = \; f'(x) < 0$	+2
	siis pienin $f = f(0) = 0$ ja perustelut, että väite pätee	+1

11.	$\lvert\overrightarrow{OA}\rvert = \lvert\bar{a}\rvert = a,\ \lvert\overrightarrow{OB}\rvert = \lvert\bar{b}\rvert = b$	
	kolmas sivu $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2 = \lvert\bar{a} - \bar{b}\rvert^2$ tai $= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$	2
	$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2 = (\bar{a} - \bar{b})^2 = \bar{a}^2 + \bar{b}^2 - 2\bar{a}\cdot\bar{b}$ tai annetusta ehdosta $\cos\gamma = \frac{a}{2b}$	+2
	$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2 = b^2$	+1
	siis $\lvert\overrightarrow{OB}\rvert = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	+1

12.	ehto $3x^2 - x^2 - 12x + a = 0$, kun $x = -2$	2
	josta $a = 4$	+1
	tällöin $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ (esim. jakolaskulla)	+1
	$\lim\limits_{x - -2} f(x) = 28$	+2
	***	
	L`Hospitalin sääntö oikein perusteltuna kelpaa	

13.	$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = \frac{(x+h)^3 - (x-h)^3}{2h}$	1
	$= 3x^2 + h^2$	+2
	$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = \frac{1}{2}\left[\frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{f(x-h) - f(x)}{-h}\right]$	+1
	$-\; f'(x)$ perusteluineen	+2

14.	määritelmä: $\lvert x\rvert = x$, jos $x \geq 0$; $\lvert x\rvert = -x$, jos $x < 0$	1
	a)	+1
	b)	+2
	c)	+2
	d)	+3
	***	
	Myös sanalliset perustelut kelpaavat, jos ne ovat oikein ja selkeitä.	

15.	$A_0 = (6,3)$	
	$A_1 = (\frac{12}{5}, \frac{24}{5})$	2
	$d_1 = A_0A_1 = 9/\sqrt{5}$	+1
	$A_2 = (\frac{96}{25}, \frac{48}{25})$, $d_2 = A_1A_2 = 36/(5\sqrt{5})$ tai vast.	+2
	perustelu, että kyseessä geom. sarja, jonka suhdeluku on $q = \frac{d_2}{d_1} = \frac{4}{5}$	+2
	murtoviivan pituus $\frac{d_1}{1-q} = 9\sqrt{5}$ ($\approx 20{,}1$)	+2
	***	
	pelkkä oikea kuvio	1