MAOL ry:n pisteytyssuositus
Pitkä matematiikka 24.9.2003

1.

a) kertoimien sijoittaminen ratkaisukaavaan	1
juuret $\frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{29})$	1
b) derivointi $f'(x) = 2x - 3$	1
yhtälönmuodostus ja ratkaisu $2x - 3 = 1,\ x = 2$	1
c) kuvio koordinaattiakseleineen, yksikkö näkyvissä	2

2.

selkeä mallikuvio, lävistäjien puolikkaat a ja $2a$	1
ehto $a^2 + (2a)^2 = 5^2$	1
suorankulman perustelu esim. neljäkkään lävistäjien ominaisuutena	1
$a = \sqrt{5}$ tai $a^2 = 5$	1
ala = $4a^2 = 20\,\mathrm{cm}^2$	2

3.

a) $f'(x) = 2e^{2x-2} + 3x^2$	2
b) $f'(1) = 5$	1
tangentin yhtälö $y = 5x - 4$	1
c) janan päätepisteet $(0,-4),\ (\frac{4}{5}, 0)$	1
janan pituus $\frac{4}{5}\sqrt{26}$ $(\approx 4{,}1)$	1

Pituus vain likiarvona - 1

c-kohdasta saa pisteet vaikka *b*-kohdassa olisi virhe, joka ei oleellisesti muuta tehtävän jatkoa

4.

etsittävä piste $P = (x, y)$

periaate: vektorit muodostetaan koordinaattierotuksista	1
summavektori = $(2-5x)\bar{i} + (1-5y)\bar{j}$	2
ehdot $2 - 5x = 0,\ 1 - 5y = 0$	1
$P = (\frac{2}{5}, \frac{1}{5})$	2

Kaikki yhdysvektorit vastavektoreina max. 4

5.

päärynämehua $100a$, omenamehua $100b$

ehto sokerimääristä $14a + 7b = 11(a+b)$ tai vast.	2
$3a = 4b$	2
vastaus $100a : 100b = 4 : 3$	2

Jokin numeerinen mehumäärä, muuten oikein max. 3

Suhteen suunta ilmettävä vastauksesta

6.

$\cos x = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ 1

$\sin y = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ 2

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$ (taulukosta) 1

$= \dfrac{2\sqrt{30}-1}{12}$ 1

$\approx 0{,}83$ 1

----

laskettu vain likiarvoilla max 3

7.

a) kuvio 1

ala $= \dfrac{a^2}{\sqrt{3}}$ tai $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$ perusteltuna 1

b) kuvio 1

ala $= \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ perusteltuna 1

c) sama kuin *a*-kohta 2

8.

kuvaaja 2

$P(x \le 1) = \frac{1}{10}$ 1

$P(1 < x \le 3) = \frac{19}{30}$ 2

$P(x > 3) = \frac{4}{15}$ 1

----

kuvaaja piirretty vain välillä $[0,5]$ - 1

9.

kuvio merkintöineen 2

perustelut 2

yhtälön $\sin\alpha = \dfrac{a}{2R}$ tai vast. muodostaminen ja tuloksen saaminen tästä 2

----

riittää tarkastella vain terävää kulmaa α

10.

kuvaaja, jossa äärettömyyteen meno ja kärjet oikein 2

$\ln(2-x), \quad x \le 1$ vähenee 2

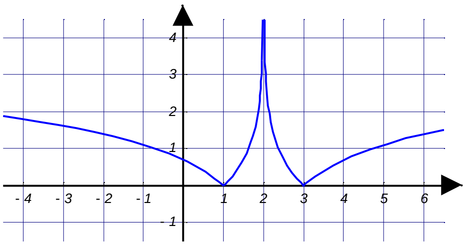
$-\ln(2-x), 1 \le x < 2$ kasvaa

$-\ln(x-2), 2 < x \le 3$ vähenee

$\ln(x-2), \quad x \ge 3$ kasvaa

perustelut kasvavuudelle ja vähenevyydelle 1

pienin arvo = 0, kun $x = 1$ tai $x = 3$ 1



----

ei lausekkeita, vain kuvaaja ja päättely siitä max. 4
osavälien päätepisteiden mukaan ottamisesta tai pois jättämisestä ei sakoteta

11.

$f(x)=\sum_{k=1}^{n}(x-a_k)^2$

$f'(x)=\sum_{k=1}^{n}2(x-a_k)$ 1

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}a_k$ 2

perustelu pienimmälle arvolle 1

pienin $f=\sum_{k=1}^{n}a_k{}^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n}a_k\right)^2$ 2

12.

$a=200, p=1,5, q=1,015$

$(1+2+...+12)\cdot\frac{p}{12\cdot 100}=\frac{13p}{200}$

vuoden kertymä $k_v=a(12+\frac{13p}{200})€=2419,50€$ 2

n vuoden kertymä $k_n=\sum_{k=1}^{n}q^{k-1}k_v=161300(1,015^n-1)€$ 2

a) $k_{18}\approx 49574,04€$ tai $49574€$ 1

b) kokeilemalla tai muutoin $k_{40}\approx 131301,17€, k_{41}\approx 135690,19€,$ siis 41 vuotta 1

----

vastauksena voi olla 49600 €, kunhan laskussa on eo. tarkkuus

13.

$V=\pi\int_1^e(\ln x)^2\,dx$ 1

osittaisintegroinnin ensimmäinen vaihe, esim. $\pi x(\ln x)^2-2\pi\int\ln x\,dx$ 2

toinen vaihe, esim. $\pi x(\ln x)^2-2\pi x\ln x+2\pi\int dx$ 1

rajojen sijoittaminen 1

tulos $\pi(e-2)$ 1

14.

$G'(x) = -\frac{1}{x^2}\int_0^x f(t)dt + \frac{1}{x}f(x)$ 2

$= \frac{1}{x}\left(f(x) - G(x)\right)$ 1

f kasvava $\Rightarrow G(x) \leq f(x)$ arvioimalla integraali, kuviosta tai muulla tavoin 2

seuraus: $G'(x) \geq 0$ ja siis G kasvava 1

15.

a) toteuttaa diff.yhtälön 2

toteuttaa alkuehdon 1

b) Euler: $y_{i+1} = y_i + h(y_i - 2\sin x_i)$ 1

x_i	$y(x_i)$	y_i	$y_i - y(x_i)$	
0	1	1	0	
0,5	1,357	1,5	0,143	
1,0	1,382	1,771	0,389	
1,5	1,068	1,814	0,746	
2,0	0,493	1,724	1,231	2

tarkkuus vähintään 2 desimaalia