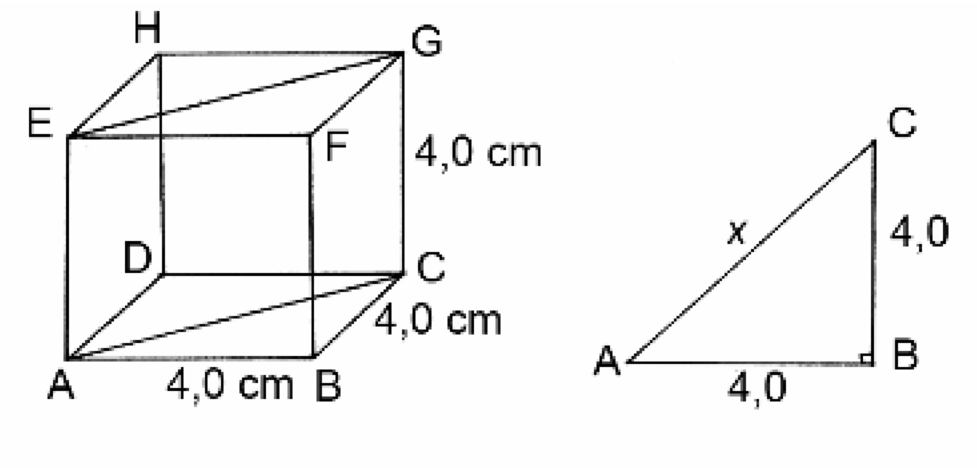
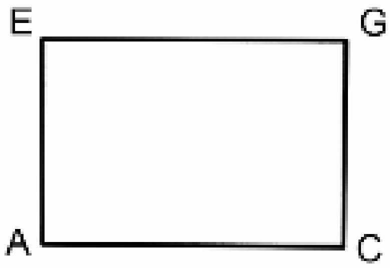
801



Tasoleikkaus:



$$x^2 = 4^2 + 4^2$$

$$x^2 = 2 \cdot 4^2$$

$$x = _{(}\pm_{)}\sqrt{2 \cdot 4^2} = 4\sqrt{2}$$

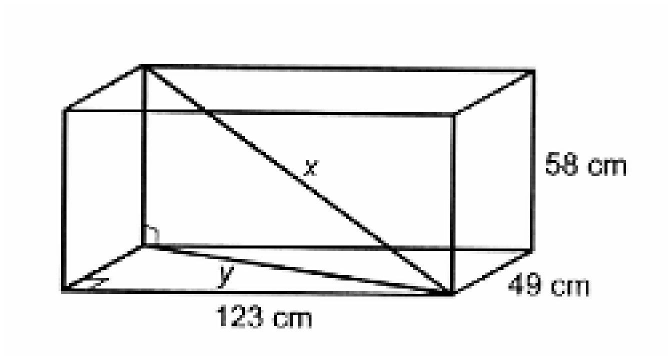
$$x = 5{,}6568... \text{ cm}$$

$$\text{x} \approx 5{,}7 \text{ cm}$$

Vastaus Suorakulmio, jonka leveys on 5,7 cm ja korkeus 4,0 cm.

802

Pisin mahdollinen tanko on laatikon avaruuslävistäjän pituinen.



Pohjan lävistäjä y on

$$y = \sqrt{49^2 + 123^2} = \sqrt{17\ 530} = 132{,}4009...$$

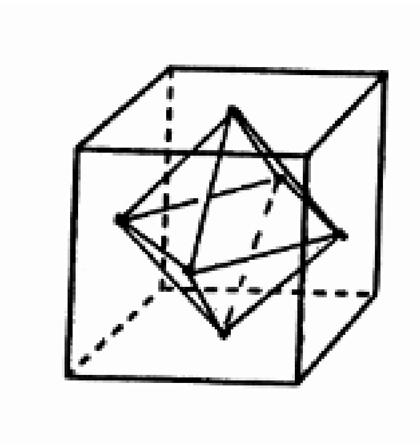
Avaruuslävistäjä x on

$$x = \sqrt{y^2 + 58^2} = \sqrt{17\ 530 + 58^2} = \sqrt{20\ 894} = 144{,}547...$$

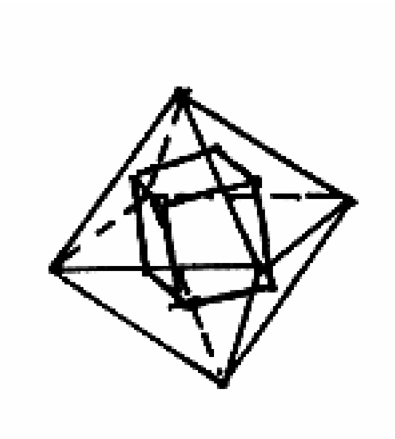
$$x \approx 145 \text{ cm}$$

803

a)



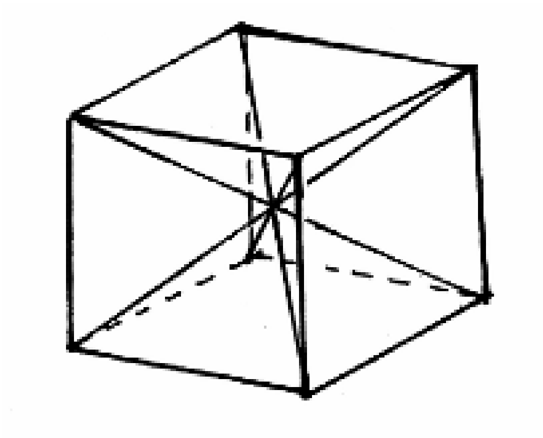
b)



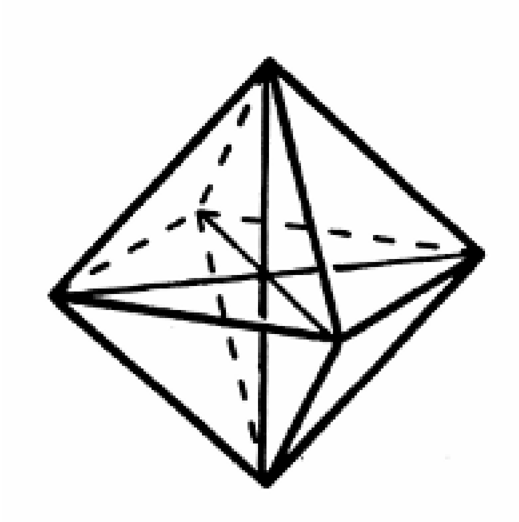
Vastaus a) Oktaedri b) Kuutio

804

a)



b)

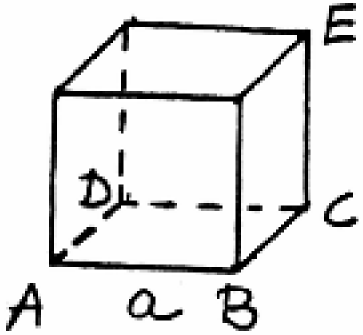


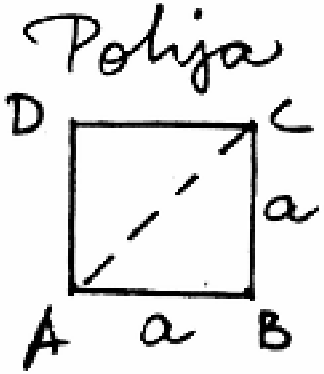
Vastaus a) 4 avaruuslävistäjää b) 3 avaruuslävistäjää

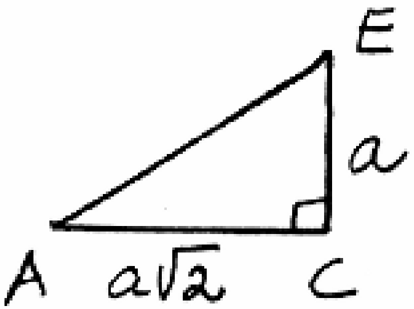
805

Lävistäjä $AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

Avaruuslävistäjä $AE = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + a^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$





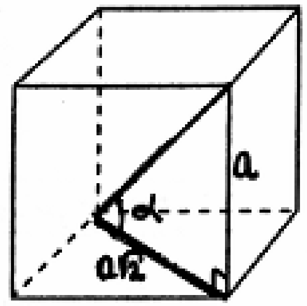


806

a)

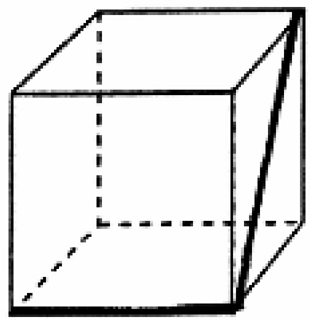
$$\tan\alpha = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 35{,}26...^\circ \approx 35{,}3^\circ$$

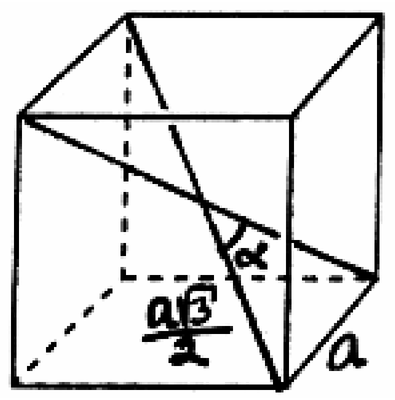


b)Pohja on kohtisuorassa sivutahkoa vastaan, joten pohjasärmä on kohtisuorassa sivutahkon lävistäjää vastaan.

$\alpha = 90^\circ$



c) Kosinilause



$$a^2=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$$

$$a^2=\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{4}a^2-\frac{3}{2}a^2\cos\alpha$$

$$\frac{3}{2}a^2\cos\alpha=\frac{1}{2}a^2$$

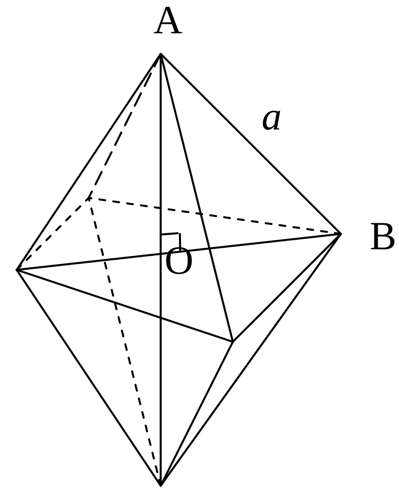
$$3a^2\cos\alpha=a^2 \qquad |:a^2$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{3}$$

$$\alpha=70{,}52...^\circ\approx 70{,}5^\circ$$

Vastaus a) $35{,}3^\circ$ b) 90° c) $70{,}5^\circ$

807



Piirretään säännöllisen oktaedrin kahdesta vierekkäisestä kärjestä *A* ja *B* alkavat lävistäjät. Ne leikkaavat toisensa oktaedrin keskipisteessä *O*. Koska säännöllisen oktaedrin keskipiste puolittaa oktaedrin korkeuden, on *OA* = *OB* = 6,0 : 2 =3,0 (cm)

Suorakulmaisesta kolmiosta *OAB* voidaan sivun pituus *a* ratkaista Pythagoraan lauseella:

$$a^2=3{,}0^2+3{,}0^2$$

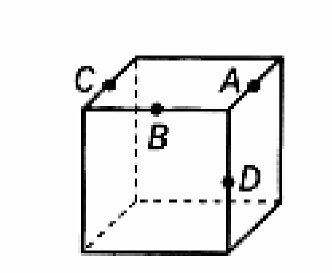
$$a^2=18$$

$$a=\pm\sqrt{18} \qquad |a>0$$

$$a=4{,}24...\approx 4{,}2\text{ cm}$$

Vastaus Särmän pituus on 4,2 cm.

808

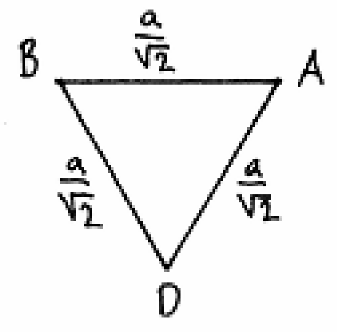


a)

$$AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

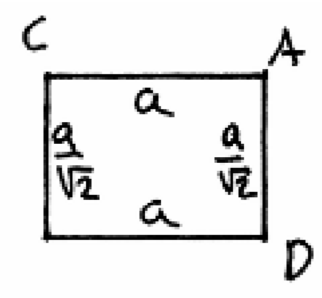
$$AD^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$AD = (\pm)\frac{a}{\sqrt{2}}$$



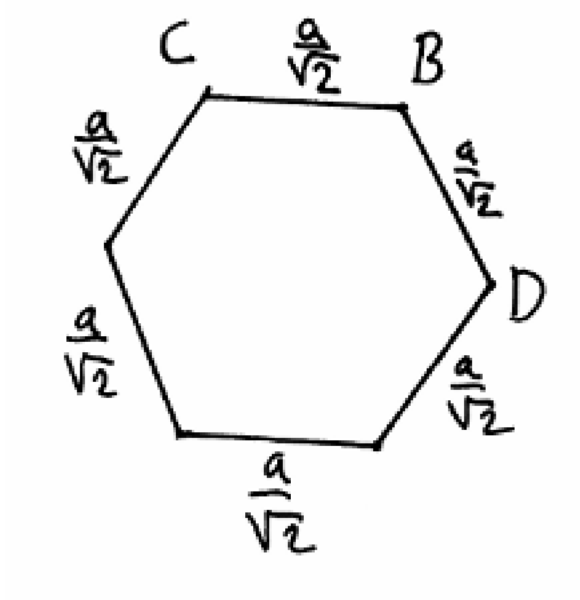
Symmetrian vuoksi $AD = BD = BA$.

b)



Kohdan a) perusteella $AD = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

c) Kohdan a) perusteella $BD = \frac{a}{\sqrt{2}}$



Vastaus a) Tasasivuinen kolmio, sivut $\frac{a}{\sqrt{2}}$

b) Suorakulmio, sivut a ja $\frac{a}{\sqrt{2}}$

c) Säännöllinen kuusikulmio, sivut $\frac{a}{\sqrt{2}}$

809

a) Kaikki tahkot ovat tasasivuisia kolmioita.

Symmetrian takia huippuun piirretty korkeusjana tavoittaa pohjatahkon sen keskipisteessä (painopisteessä).

Tämä piste jakaa pohjatahkona olevan kolmion keskijanan suhteessa 2:1 kärjestä lukien.
Siksi

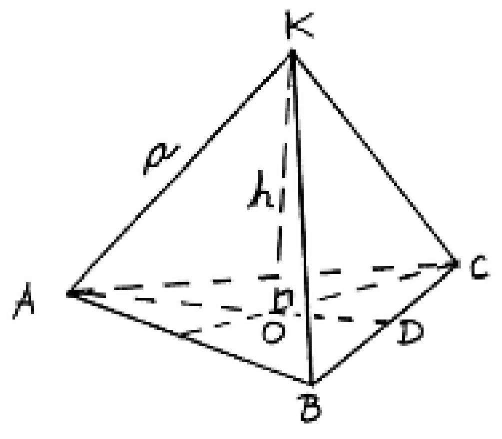
$$AO = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

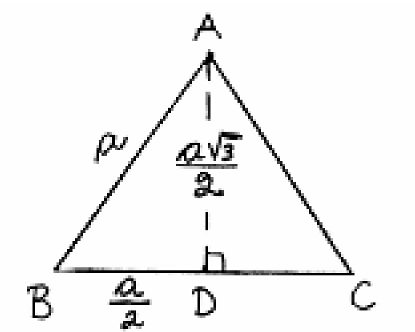
$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

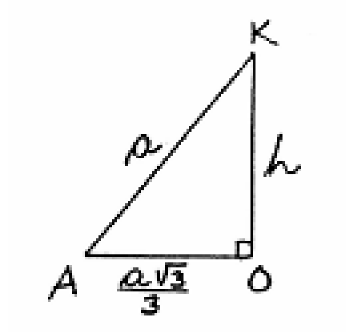
$$= \sqrt{{}^{9)}a^2 - \frac{3a^2}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{9a^2 - 3a^2}{9}}$$

$$h = \frac{a}{3}\sqrt{6}$$







b) Pohjatahkon ja sivusärmän välinen kulma saadaan laskettua yhtälöstä

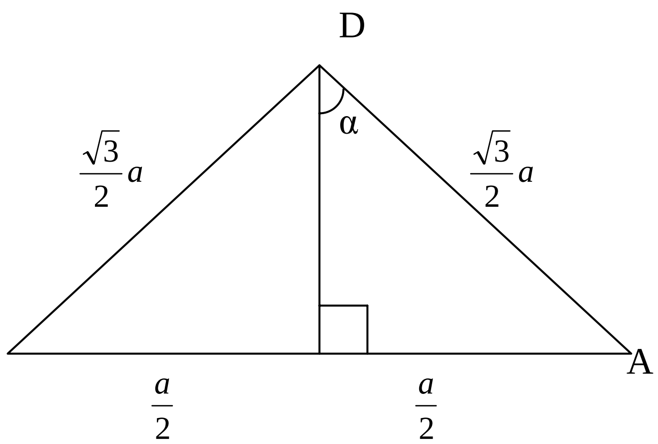
$$\sin\alpha = \frac{h}{a}$$

$$\sin\alpha = \frac{\frac{a}{3}\sqrt{6}}{a}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\alpha \approx 54{,}7^\circ$$

c) Kahden sivutahkon välinen kulma saadaan laskettua kolmiosta, jonka kahtena sivuna on tahkon korkeusjana ja kolmantena sivuna on tahkon korkeus.



Kysytty kulma on 2α. Kulma α saadaan yhtälöstä

$$\sin\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = 35{,}26...^\circ$$

$$2\alpha = 70{,}52...^\circ \approx 70{,}5^\circ$$

Vastaus a) Tetraedrin korkeus on $\frac{a}{3}\sqrt{6}$.

b) Sivusärmän ja pohjan välinen kulma on $54{,}7^\circ$.

c)Kahden tahkon välinen kulma on $70{,}5^\circ$.