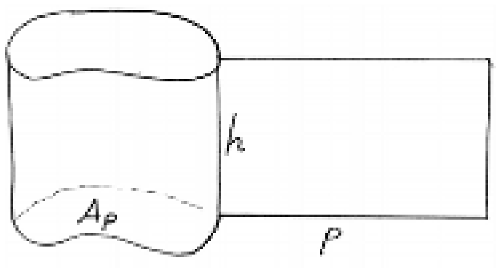
901

a) on lieriö
b) ei ole, pohjat eivät ole yhtenevät
c) on
d) ei ole, lieriön määritelmän ehto ”suora liikkuu suuntansa säilyttäen ja palaa lopuksi lähtöpaikkaansa käymättä välillä kahta kertaa samassa asemassa” ei täyty.

902



$V = 23{,}5 \text{ dl}$

$= 2{,}35 \ l = 2{,}35 \text{ dm}^3$

$h = 14 \text{ cm} = 1{,}4 \text{ dm}$

$\text{p} = 47 \text{ cm} = 4{,}7 \text{ dm}$

a) Maljakon tilavuus on $V = A_p h$.
Pohjan alaksi saadaan

$$A_p = \frac{V}{h} = \frac{2{,}35 \text{ dm}^3}{1{,}4 \text{ dm}} = 1{,}678... \text{ dm}^2 \approx 1{,}7 \text{ dm}^2$$

b)
$$A_{\text{vaippa}} = p \cdot h = 4{,}7 \text{ dm} \cdot 1{,}4 \text{ dm} \approx 6{,}6 \text{ dm}^3$$

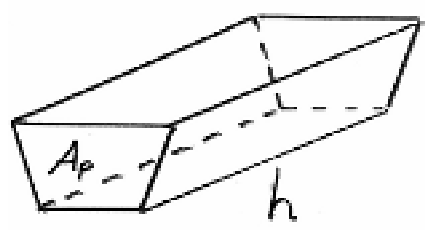
Vastaus a) $1{,}7 \text{ dm}^2$ b) $6{,}6 \text{ dm}^2$

903

$V = 80 \ l = 80 \text{ dm}^2$

$h = 9{,}0 \text{ m} = 90 \text{ dm}$

Rännin tilavuus $V = A_p h$, joten poikkipinta-alaksi saadaan



$$A_p = \frac{V}{h} = \frac{80 \text{ dm}^3}{90 \text{ dm}} = 0{,}888... \text{ dm}^2 \approx 0{,}89 \text{ dm}^2$$

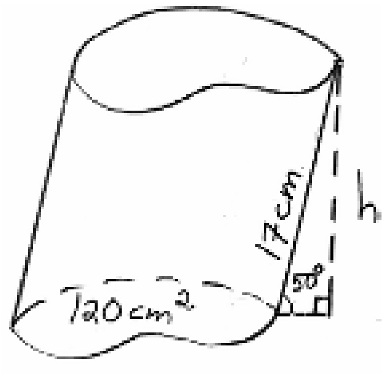
Vastaus Poikkipinta-alan pitää olla $0{,}89 \text{ dm}^2$.

904

a) Lieriön korkeus saadaan yhtälöstä

$$\sin 50^\circ = \frac{h}{17}$$

$$h = 17 \cdot \sin 50^\circ \ (\text{cm})$$



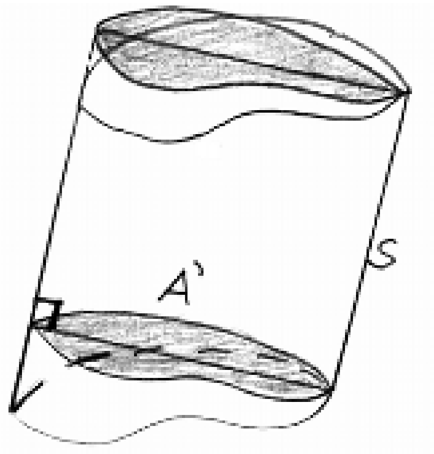
Lieriön tilavuus on

$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ &= 120\ \text{cm}^2 \cdot 17 \cdot \sin 50^\circ\ \text{cm} \\ &= 1562{,}7...\ \text{cm}^3 \\ &\approx 1600\ \text{cm}^3 \\ &= 1{,}6\ l \end{aligned}$$

b) Maljakon tilavuus on

$$V = A's \qquad |:s$$

$$\begin{aligned} A' &= \frac{V}{s} \\ &= \frac{1562{,}7...\ \text{cm}^3}{17\ \text{cm}} \\ &= 91{,}923...\ \text{cm}^2 \\ &\approx 92\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

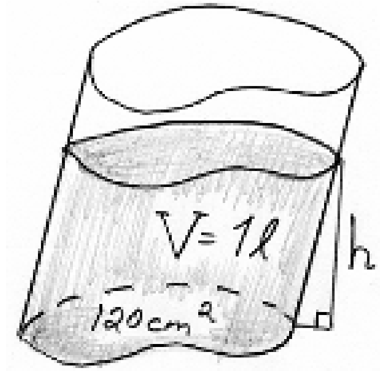


c) Vettä 1 litra

$$V = 1\ l = 1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3$$

$$V = A_p h$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{V}{A_p} \\ &= \frac{1000\ \text{cm}^3}{120\ \text{cm}^2} \\ &= 8{,}33...\ \text{cm} \\ &\approx 8{,}3\ \text{cm} \end{aligned}$$



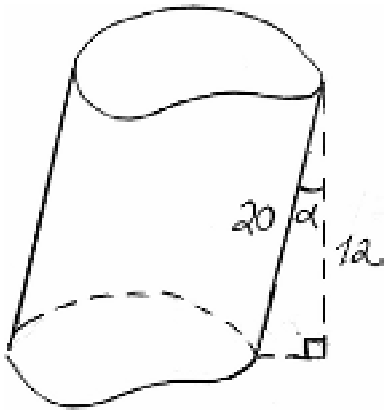
Vastaus a) Astian tilavuus on 1,6 litraa.
b) Poikkileikkauksen ala on $92\ \text{cm}^2$.
c) Veden pinta asettuu 8,3 cm korkeudelle.

905

Lieriön tilavuus on $V = A_p h$, joten lieriön korkeus on $h = \dfrac{V}{A_p}$.

Koska lieriöiden tilavuudet ja pohjien alat ovat samat, on lieriöillä oltava myös sama korkeus. Siis myös vinon lieriön korkeus on 12. Saadaan yhtälö

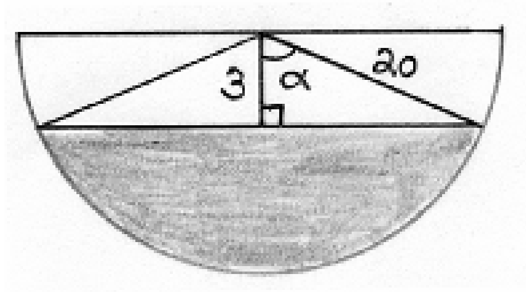
$$\cos\alpha = \frac{12}{20}$$
$$\cos\alpha = \frac{3}{5}$$
$$\alpha \approx 53^\circ$$



906

Lennokin juoma vesimäärä on lieriön muotoinen, joten veden tilavuus on pohjan alan ja korkeuden (kaukalon pituuden) tulo. Pohjan ala muodostuu kahdesta samanlaisesta sektorista ja keskuskolmiosta.

$$\cos\alpha = \frac{3}{20}$$
$$\alpha = 81{,}323...^\circ$$
$$2\alpha = 162{,}746...^\circ$$



$$A_p = A_{\text{puoliymp}} - A_{\text{sektori}} + A_{\text{kolmio}}$$

$$A_{\text{puoliymp}} = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} \qquad \left| A = \frac{\pi r^2}{2} \right.$$

$$A_{\text{sektori}} = \frac{162{,}746...^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 20^2 \qquad \left| A = \frac{\alpha}{360^\circ}\pi r^2 \right.$$

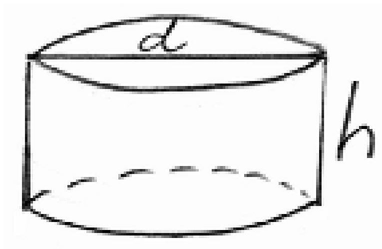
$$A_{\text{kolmio}} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 162{,}746...^\circ \qquad \left| A = \frac{1}{2}ab\sin\gamma \right.$$

$$V = A_p \cdot h$$
$$= \left(\mathrm{A}_{\text{puoliympyrä}} - A_{\text{sektori}} + A_{\text{kolmio}}\right) \cdot 100\ \text{cm}$$
$$= 11954{,}9...\ \text{cm}^3 = 11{,}954...\ \text{dm}^3 \approx 12\ l$$

Vastaus Lennokki joi 12 litraa vettä.

907

$$d = 7{,}62 \text{ cm}$$
$$r = 3{,}81 \text{ cm}$$
$$h = 2{,}54 \text{ cm}$$



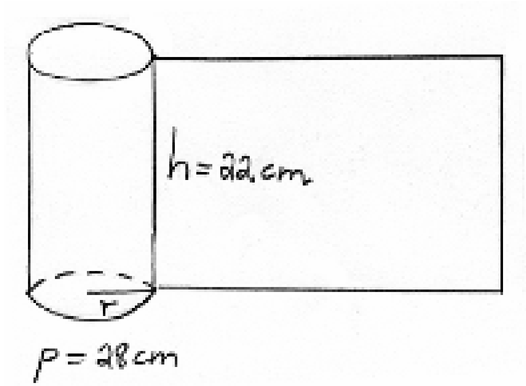
$$\begin{aligned} V &= A_p h \\ &= \pi r^2 h \\ &= \pi \cdot (3{,}81 \text{ cm})^2 \cdot 2{,}54 \text{ cm} \\ &= 115{,}833...\text{cm}^3 \\ &\approx 116 \text{ cm}^3 \\ &= 0{,}116 \ l \\ &= 1{,}16 \text{ dl} \end{aligned}$$

Vastaus $\quad 1{,}16 \text{ dl}$

908

Pohjan säde *r* saadaan yhtälöstä

$$2\pi r = 28$$
$$r = \frac{28}{2\pi}$$
$$r = \frac{14}{\pi} \approx 4{,}5 \text{ (cm)}$$



Rullan tilavuus on

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{pohja}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot h \qquad \left| \begin{array}{l} r = \dfrac{14}{\pi} \text{ (cm)} \\ h = 22 \text{ (cm)} \end{array} \right. \\ &= \pi \cdot \left(\frac{14}{\pi}\right) \cdot 22 \\ &= 1372{,}552... \\ &\approx 1400 \ (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

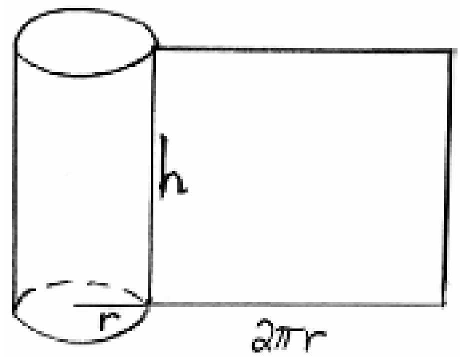
Vastaus $\quad$ 1,4 litraa

909

$V = 4,4 \text{ dl} = 0,44 \text{ } l = 0,44 \text{ dm}^3$

$d = 7,2 \text{ cm} = 0,72 \text{ dm}$

$r = 3,6 \text{ cm} = 0,36 \text{ dm}$



Pohjan ala on

$$A_p = \pi r^2 = \pi \cdot 0,36^2 = 0,407... \approx 0,41 \left(\text{m}^2\right)$$

Purkin korkeus h saadaan yhtälöstä

$$V = A_p \cdot h$$

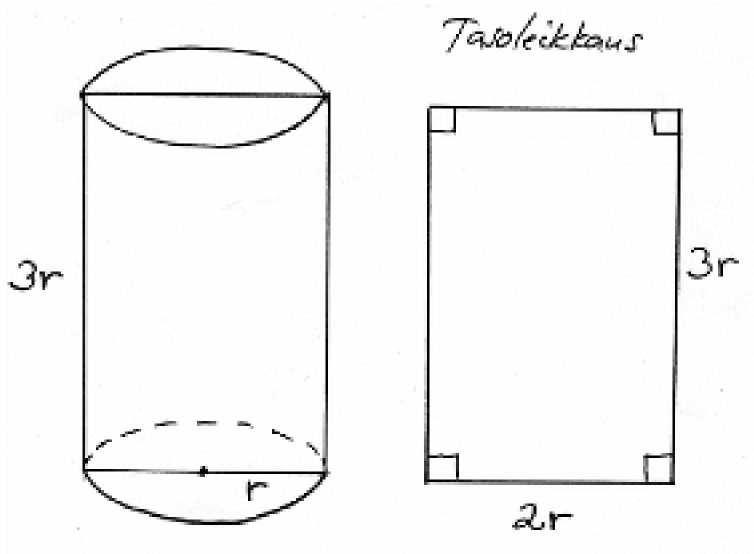
$$h = \frac{V}{A_p} = \frac{0,44 \text{ dm}^3}{0,407... \text{ dm}^2} = 1,08... \text{ dm}$$

Vaipan ala on

$$A_v = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot 0,36 \cdot 1,08... = 2,444... \approx 2,4 \left(\text{dm}^2\right)$$

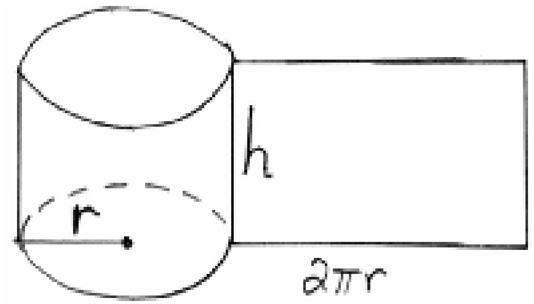
Vastaus Pohjan ala on $0,41 \text{ dm}^2$ ja vaipan ala $2,4 \text{ dm}^2$

910



Suorakulmion ala on $A = 2r \cdot 3r = 6r^2$

911



$h = 60\ \text{cm}$
$d = 60\ \text{cm}$
$r = 30\ \text{cm}$

$$
\begin{aligned}
V &= A_p h \\
&= \pi r^2 h \\
&= \pi \cdot (30\ \text{cm})^2 \cdot 60\ \text{cm} \\
&= 169\ 646{,}0...\ \text{cm}^3 \\
&= 169{,}6460...\ \text{dm}^3 \\
&\approx 170\ l
\end{aligned}
$$

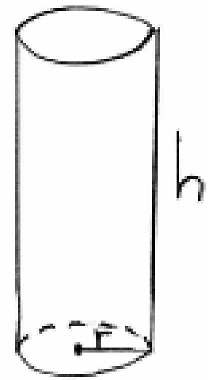
$$
\begin{aligned}
A &= A_{\text{vaippa}} + 2A_{\text{pohja}} \\
&= 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 \\
&= 2\pi \cdot 30 \cdot 60 + 2\pi \cdot 30^2 \\
&= 16\ 964{,}6...\ (\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

$A = 1{,}69646...\ \text{m}^2 \approx 1{,}7\ \text{m}^2$

Vastaus Tilavuus on 170 l ja ala $1{,}7\ \text{m}^2$

912

Vesiränni on ympyrälieriö, jonka



$h = 3\ \text{m} = 30\ \text{dm}$
$V = 25\ l = 25\ \text{dm}^3$

Lasketaan pohjan säde

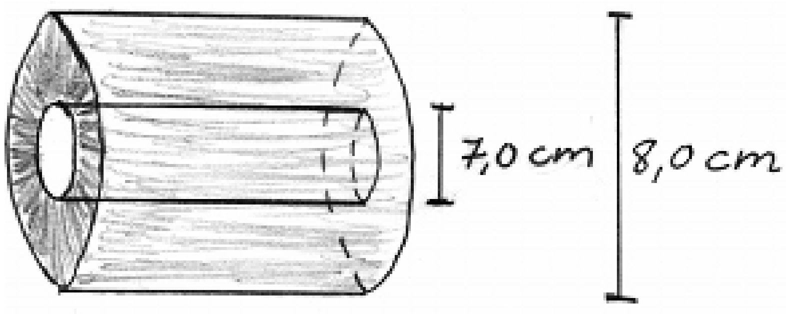
$$
\begin{aligned}
V &= \pi r^2 h \\
r^2 &= \frac{V}{\pi h} \\
r &= (\pm)\sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{25}{\pi \cdot 30}} = \sqrt{\frac{5}{6\pi}} = 0{,}5150...\ (\text{dm})
\end{aligned}
$$

Sisähalkaisija on

$$d = 2r = 1{,}0300...\ \text{dm} \approx 10\ \text{cm}$$

Vastaus Sisähalkaisija on 10 cm.

913



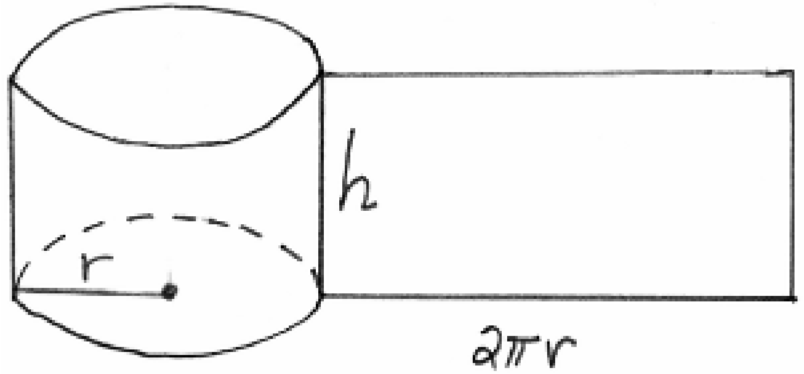
$$V = V_{\text{ulkolieriö}} - V_{\text{sisälieriö}}$$
$$= \pi r_{ulko}^2 h - \pi r_{sisä}^2 h$$
$$= \pi h\left(r_{ulko}^2 - r_{sisä}^2\right) \qquad \left| \begin{array}{l} r_{\text{ulko}} = \dfrac{8,0\ \text{cm}}{2} = 4,0\ \text{cm} \\ r_{\text{sisä}} = \dfrac{7,0\ \text{cm}}{2} = 3,5\ \text{cm} \\ h = 1,5\ \text{m} = 150\ \text{cm} \end{array} \right.$$
$$= \pi \cdot 150\ \text{cm} \cdot \left(4,0^2 - 3,5^2\right)\ \text{cm}^2$$
$$= 1767,14...\ \text{cm}^3$$

$$m = \rho V = 5,0\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1767,14...\ \text{cm}^3 = 8835,7...\ \text{g} \approx 8,8\ \text{kg}$$

Vastaus Putki painaa 8,8 kg.

914

Pohjan säde r
Lieriön korkeus h



$$A_{\text{vaippa}} = 2A_{\text{pohja}}$$
$$2\pi r \cdot h = 2\pi r^2 \qquad |:2\pi r$$
$$h = r$$

Lieriön korkeuden ja pohjan halkaisijan suhteeksi saadaan

$$\frac{h}{d} = \frac{h}{2r} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

Vastaus Suhde on 1:2

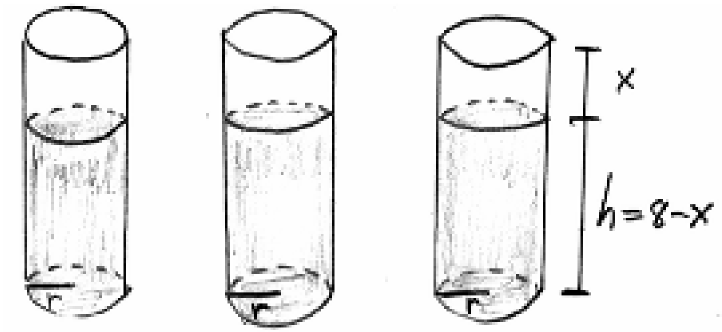
915

$d = 6{,}0$ cm

$r = 3{,}0$ cm

$x =$ juoman pinnan etäisyys lasin reunasta senttimetreinä

$0{,}5\ l = 0{,}5\ \text{dm}^3 = 500\ \text{cm}^3$



Lasissa olevan juoman tilavuus on $\pi r^2 h$, joten saadaan yhtälö

$$3 \cdot \pi r^2 h = 500 \qquad \left| \begin{array}{l} r = 3{,}0\ (\text{cm}) \\ h = 8 - x\ (\text{cm}) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot \pi 3{,}0^2 (8 - x) &= 500 \\ 27\pi (8 - x) &= 500 \\ 216\pi - 27\pi x &= 500 \\ -27\pi x &= 500 - 216\pi \\ x &= \frac{500 - 216}{-27\pi} \\ x &= 2{,}105... \\ x &\approx 2{,}1\ (\text{cm}) \end{aligned}$$

Vastaus 2,1 cm

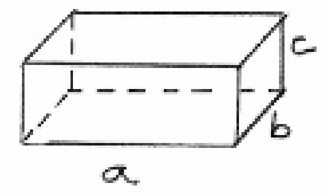
916

Tiiliskivi

$a = 27$ cm

$b = 9$ cm

$c = 7$ cm



$$V_{\text{tiili}} = A_p \cdot h = abc = 27 \cdot 9 \cdot 7 = 1701\ (\text{cm}^3)$$

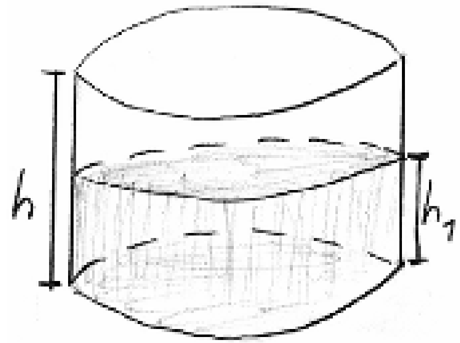
Tynnyri

$d = 50$ cm

$r = 25$ cm

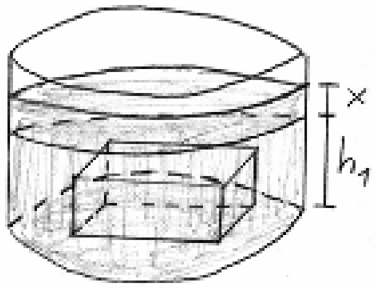
$h = 110$ cm

$h_1 = \dfrac{h}{2} = 55$ cm



$$V_{vesi} = A_p \cdot h = \pi r^2 h_1 = \pi \cdot 25^2 \cdot 55 = 34375\pi = 107992{,}2...\ (\text{cm}^3)$$

Tynnyri + tiiliskivi



$$V_{\text{lieriö}} = V_{\text{tiili}} + V_{\text{vesi}}$$

$$\pi r^2 (x + h_1) = 1701 + 34375\pi \qquad \left| \begin{array}{l} r = 25 \text{ cm} \\ h_1 = 55 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$\pi \cdot 25^2 \cdot (x + 55) = 1701 + 34375\pi \qquad |: \pi r^2 h$$

$$x + 55 = \frac{1701 + 34375\pi}{\pi \cdot 25^2}$$

$$x = \frac{1701 + 34375\pi}{\pi \cdot 25^2} - 55$$

$$x = 0{,}866... \approx 1 \text{ (cm)}$$

Vastaus 1 cm

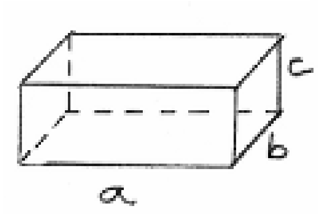
Tapa 2

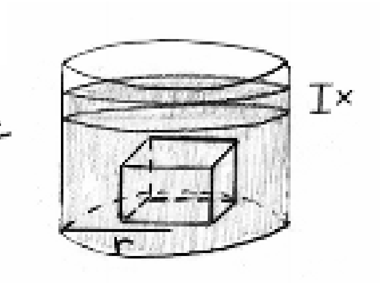
$r = 25$ cm

$a = 27$ cm

$b = 9$ cm

$c = 7$ cm





Veden pinnan nousua vastaava tilavuus on yhtä suuri kuin tiiliskiven tilavuus.

Saadaan yhtälö

$$\pi \cdot r^2 \cdot x = abc$$

$$x = \frac{abc}{\pi r^2}$$

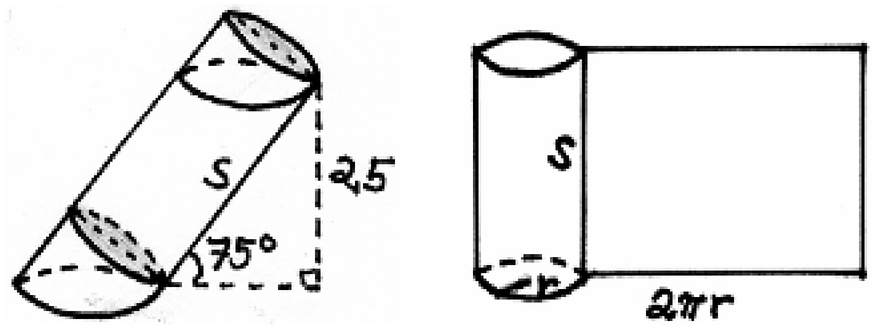
$$x = \frac{27 \cdot 9 \cdot 7}{\pi \cdot 25^2}$$

$$x = 0{,}866...$$

$$x \approx 1 \text{ (cm)}$$

917

Vinosta lieriöstä saadaan suora lieriö siirtämällä pala lieriön päästä toiseen. Saadun suoran lieriön vaipan ala (ja tilavuus) on sama kuin alkuperäisellä vinolla lieriöllä.



Suoran lieriön pohjan säde on $r = \dfrac{25 \text{ cm}}{2} = 12{,}5 \text{ cm} = 0{,}125 \text{ m}$.

Lieriön korkeus s saadaan yhtälöstä

$$\sin 75^\circ = \frac{2{,}5}{s}$$

$$s \cdot \sin 75^\circ = 2{,}5$$

$$s = \frac{2{,}5}{\sin 75^\circ} = 2{,}5881... \ (\text{m})$$

Vaipan ala on

$$A_{\text{vaippa}} = 2\pi \cdot r \cdot s = 2{,}032... \ (\text{m}^2)$$

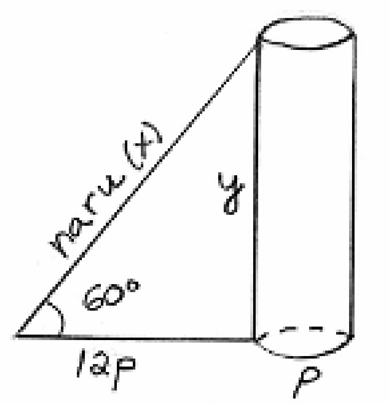
Vastaus $2{,}0 \text{ m}^2$

918

$d = 20 \ (\text{cm})$

$r = 10 \ (\text{cm})$

$p = 2\pi \cdot 10 \ (\text{cm})$



Narun pituus saadaan yhtälöstä

$$\cos 60^\circ = \frac{12 \cdot p}{x}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{12 \cdot 2\pi \cdot 10}{x}$$

$$x \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot 2\pi \cdot 10$$

$$x = \frac{12 \cdot 2\pi \cdot 10}{\cos 60^\circ}$$

$$x = 1507{,}9... \ (\text{cm})$$

$$x \approx 15 \ (\text{m})$$

Lipputangon korkeus y saadaan yhtälöstä

$$\tan 60^\circ = \frac{y}{12 \cdot 2\pi \cdot 10}$$

$$y = 12 \cdot 2\pi \cdot 10 \cdot \tan 60^\circ$$

$$y = 1305{,}9... \ (\text{cm})$$

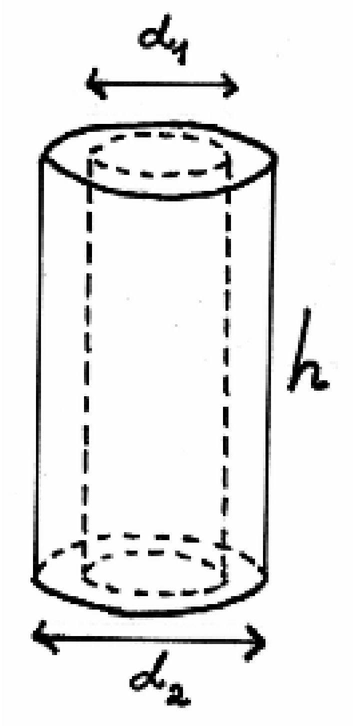
$$y \approx 13 \ (\text{m})$$

Vastaus Narun pituus on 15 m.
Lipputangon korkeus on 13 m.

919

Myyjä:

$$V_m = V_2 - V_1 = \pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 h - \pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 h = \frac{\pi h}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right)$$

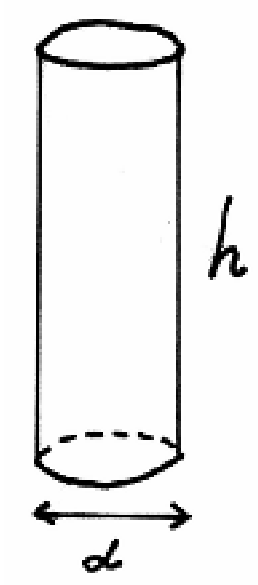


Ostaja

$$d = d_2 - d_1$$

$$V_o = \pi\left(\frac{d_2 - d_1}{2}\right)^2 h = \frac{\pi h}{4}\left(d_2 - d_1\right)^2$$

$$\begin{aligned} V_m - V_o &= \frac{\pi h}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right) - \frac{\pi h}{4}\left(d_2 - d_1\right)^2 \\ &= \frac{\pi h}{4}\left[\left(d_2^2 - d_1^2\right) - \left(d_2 - d_1\right)^2\right] \\ &= \frac{\pi h}{4}\left(d_2^2 - d_1^2 - d_2^2 + 2d_1 d_2 - d_1^2\right) \\ &= \frac{\pi h}{4}\left(2d_1 d_2 - 2d_1^2\right) \\ &= \frac{\pi h d_1}{2}\left(d_2 - d_1\right) > 0, \text{ koska } d_2 > d_1 \end{aligned}$$



Myyjä siis häviää, koska $V_m > V_o$.

Häviö kelpaavasta puusta on

$$\begin{aligned} &\frac{V_m - V_o}{V_m} \cdot 100\,\% \\ &= \frac{\frac{\pi h d_1}{2}\left(d_2 - d_1\right)}{\frac{\pi h}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right)} \cdot 100\,\% \\ &= \frac{\pi h d_1\left(d_2 - d_1\right)}{2} : \frac{\pi h\left(d_2^2 - d_1^2\right)}{4} \cdot 100\,\% \\ &= \frac{\pi h d_1\left(d_2 - d_1\right)}{2} \cdot \frac{4}{\pi h\left(d_2 + d_1\right)\left(d_2 - d_1\right)} \cdot 100\,\% \\ &= \frac{200 d_1}{d_2 + d_1}\,\% \end{aligned}$$

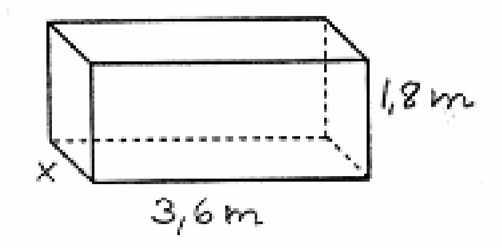
Vastaus Myyjä häviää. Häviö on $\frac{200 d_1}{d_2 + d_1}\,\%$.

920

$V = 16\,000\ l = 16\,000\ \text{dm}^3 = 16\ \text{m}^3$

Saadaan yhtälö

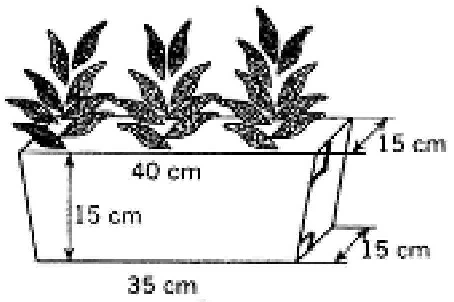
$$\begin{aligned} 3{,}6 \cdot 1{,}8 \cdot x &= 16 \\ x &= 2{,}469... \\ x &\approx 2{,}5\ (\text{m}) \end{aligned}$$



Vastaus 2,5 m

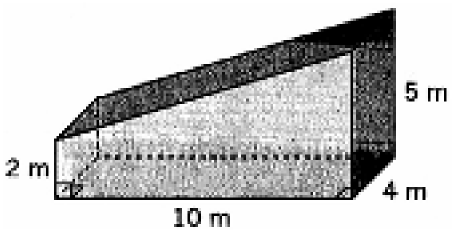
921

a) Kukkalaatikko on suora särmiö, jonka pohjana on laatikon puolisuunnikkaan muotoinen etutahko.



$$V = A_p h = \left(\frac{40+35}{2}\cdot 15\right)\text{ cm}^2 \cdot 15\text{ cm} = 8437{,}5\text{ cm}^3 \approx 8{,}4\ l$$

b) Kivi on suora särmiö, jonka pohja on puolisuunnikas.



$$V = A_p h = \left(\frac{2+5}{2}\cdot 10\right)\text{ m}^2 \cdot 4\text{ m} = 140\text{ m}^3$$

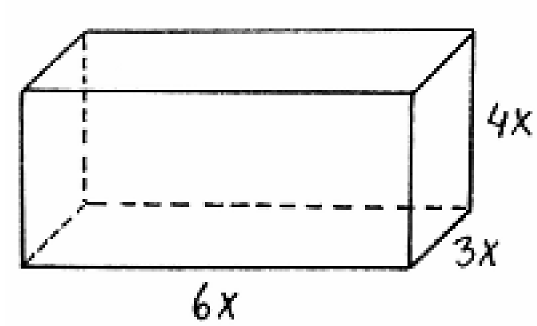
Vastaus a) 8,4 litraa b) 140 m^3

922

$V = 576\ l$

$= 576\text{ dm}^3$

$= 576\ 000\text{ cm}^3$



Saadaan yhtälö

$$\begin{aligned} 6x\cdot 3x\cdot 4x &= 576\ 000 \\ 72x^3 &= 576\ 000 \\ x^3 &= 8\ 000 \\ x &= \sqrt[3]{8\ 000} \\ x &= 20\ (\text{cm}) \end{aligned}$$

leveys $6\cdot 20\text{ cm} = 120\text{ cm}$

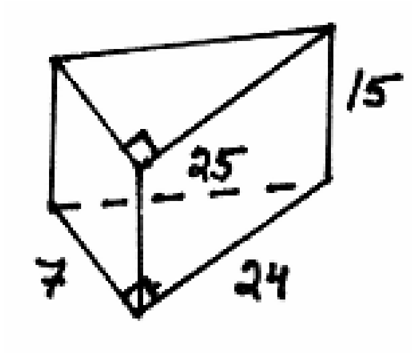
syvyys $3\cdot 20\text{ cm} = 60\text{ cm}$

korkeus $4\cdot 20\text{ cm} = 80\text{ cm}$

Vastaus $120\text{ cm}\times 60\text{ cm}\times 80\text{ cm}$

923

Prisman tilavuus on



$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$
$$= \frac{7 \cdot 24}{2} \cdot 15$$
$$= 1260$$

Pohjakolmion hypotenuusa on

$$\sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{625} = 25$$

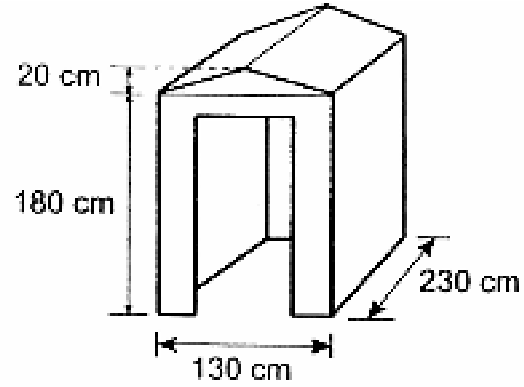
Vaipan ala on

$$A_{\text{vaippa}} = 7 \cdot 15 + 24 \cdot 15 + 25 \cdot 15 = 840$$
$$\left(A_{\text{vaippa}} = p \cdot h = (7 + 24 + 25) \cdot 15 = 840\right)$$

Vastaus tilavuus on 1260 ja vaipan ala 840.

924

Teltta on suora särmiö, jonka pohjat ovat teltan etu- ja takaseinä.



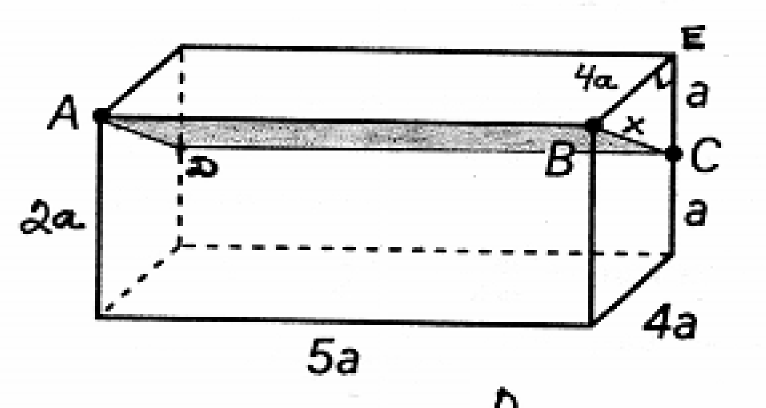
$$A_{\text{pohja}} = 130 \text{ cm} \cdot 180 \text{ cm} + \frac{130 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}}{2} = 24\,700 \text{ cm}^2$$

Teltan tilavuus on

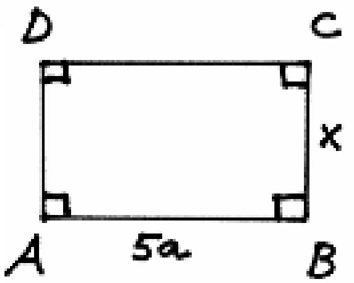
$$V = A_{\text{pohja}} \cdot h$$
$$= 24\,700 \text{ cm}^2 \cdot 230 \text{ cm}$$
$$= 5\,681\,000 \text{ cm}^3$$
$$= 5{,}681 \text{ m}^3$$
$$\approx 5{,}7 \text{ m}^3$$

Vastaus $5{,}7 \text{ m}^3$

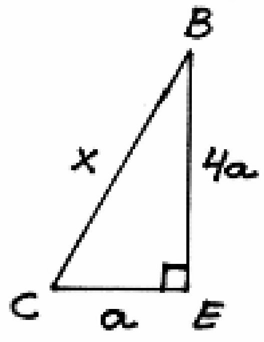
925



Lasketaan tasoleikkauksen korkeus x päätykolmion BCE avulla.

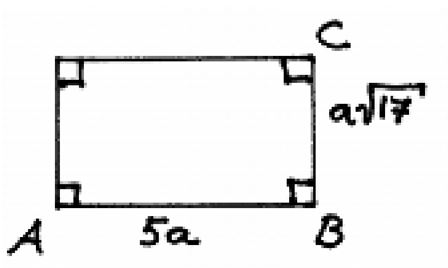


$$x^2 = a^2 + (4a)^2$$
$$x^2 = 17a^2$$
$$x = (\pm)\sqrt{17a^2}$$
$$x = \sqrt{17}\,|a| \qquad |a > 0$$
$$x = a\sqrt{17}$$



Tasoleikkauksen ala on

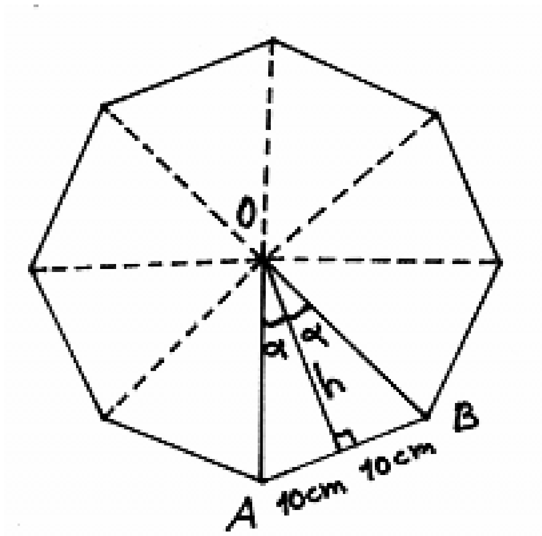
$$5a \cdot x = 5a \cdot a\sqrt{17} = 5a^2\sqrt{17}$$



Vastaus Ala on $5a^2\sqrt{17}$.

926

Lasketaan pohjan ala.



$$A_{\text{pohja}} = 8 \cdot A_{\text{kolmio}}$$

Kolmiossa *ABO*

$$2\alpha = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$
$$\alpha = 22{,}5^\circ$$

Kolmion korkeus saadaan yhtälöstä

$$\tan 22{,}5^\circ = \frac{10}{h}$$
$$h \cdot \tan 22{,}5^\circ = 10$$
$$h = \frac{10}{\tan 22{,}5^\circ}\ (\text{cm})$$

Kolmion ala on

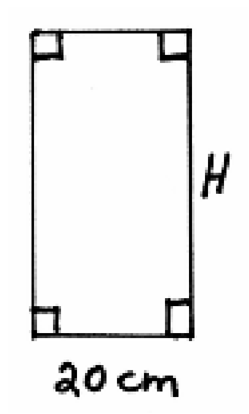
$$A_{\text{kolmio}} = \frac{20 \cdot h}{2} = 10 \cdot \frac{10}{\tan 22{,}5^\circ} = \frac{100}{\tan 22{,}5^\circ}\ (\text{cm}^2)$$

Rahin pohjan ala on

$$A_{\text{pohja}} = 8 \cdot \frac{100}{\tan 22{,}5^\circ} = \frac{800}{\tan 22{,}5^\circ} = 1931{,}37...\ (\text{cm}^2)$$

Rahin vaippa muodostuu kahdeksasta samanlaisesta suorakulmiosta. Vaipan ala on siis

$$\begin{aligned} A_{\text{vaippa}} &= 8 \cdot A_{\text{suorakulmio}} \\ &= 8 \cdot 20H \qquad \left| H = 50\ (\text{cm}) \right. \\ &= 8 \cdot 20 \cdot 50 \\ &= 8000\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



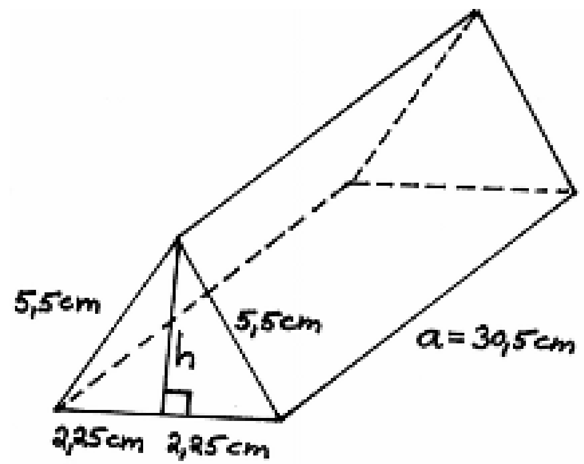
Nahkaa tarvitaan

$$A_{\text{pohja}} + A_{\text{vaippa}} = 9931{,}37...\ \text{cm}^2 = 0{,}993137...\ \text{m}^2 \approx 1{,}0\ \text{m}^2$$

Vastaus $1{,}0\ \text{m}^2$

927

Suklaatanko (3-sivuinen suora särmiö)



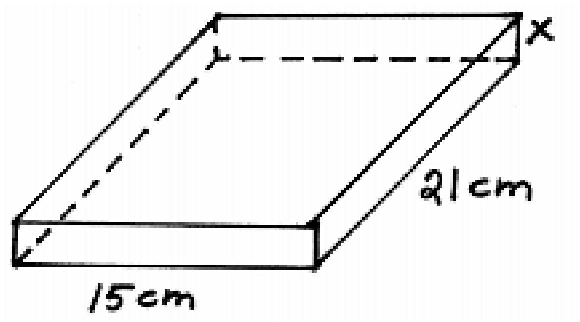
Pohjakolmion korkeus saadaan Pythagoraan lauseen avulla.

$$\begin{aligned} h^2 + 2{,}25^2 &= 5{,}5^2 \\ h^2 &= 5{,}5^2 - 2{,}25^2 \\ h^2 &= 25{,}1875 \\ h &= _{(\pm)}\sqrt{25{,}1875} \\ h &= 5{,}0187...\ (\text{cm}) \end{aligned}$$

Särmiön tilavuus on

$$\begin{aligned} V &= A_p \cdot h \qquad \left| h = a = 30{,}5\ \text{cm} \right. \\ &= \frac{5{,}5\ \text{cm} \cdot 5{,}0187...\ \text{cm}}{2} \cdot 30{,}5\ \text{cm} \\ &= 420{,}944...\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Suklaalevy (suorakulmainen särmiö)



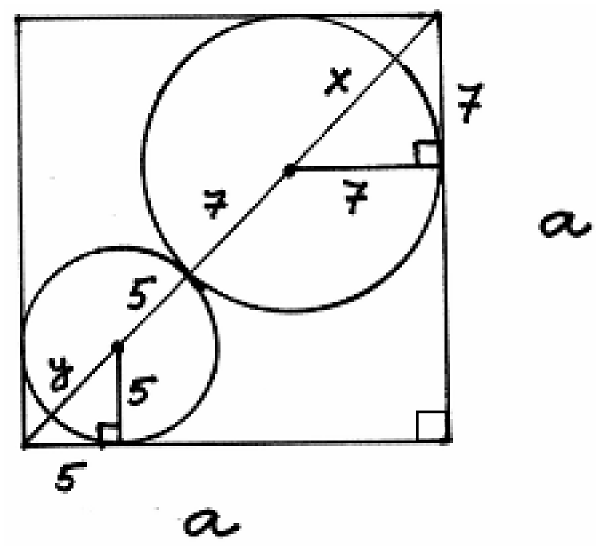
Suklaalevyllä ja suklaatangolla on sama tilavuus, joten saadaan yhtälö

$$15 \cdot 21 \cdot x = 420{,}944...$$
$$x = \frac{420{,}944...}{15 \cdot 21}$$
$$x = 1{,}268...$$
$$x \approx 1{,}3 \text{ (cm)}$$

Vastaus Levyn paksuuden tulee olla 1,3 cm.

928

Olkoon laatikon ja tölkkien korkeus *h* ja laatikon pohjan sivu *a*. Käytetään pituusyksikkönä senttimetriä.



$$x^2 = 7^2 + 7^2 \qquad y^2 = 5^2 + 5^2$$
$$x^2 = 49 \cdot 2 \qquad y^2 = 25 \cdot 2$$
$$x = (\pm)\sqrt{49 \cdot 2} \qquad y = (\pm)\sqrt{25 \cdot 2}$$
$$x = 7\sqrt{2} \qquad y = 5\sqrt{2}$$
$$x = 9{,}899... \qquad y = 7{,}071...$$

Neliön lävistäjä on

$$\begin{aligned} l &= y+5+7+x \\ &= 5\sqrt{2}+12+7\sqrt{2} \\ &= 12\sqrt{2}+12 \\ &= 12\left(\sqrt{2}+1\right) \\ &= 28{,}97... \end{aligned}$$

Pythagoraan lauseen mukaan

$$\begin{aligned} a^2+a^2 &= l^2 \\ 2a^2 &= \left[12\left(\sqrt{2}+1\right)\right]^2 \\ 2a^2 &= 144\left(\sqrt{2}+1\right)^2 \quad |:2 \\ a^2 &= 72\left(2+2\sqrt{2}+1\right) \\ a^2 &= 72\left(3+2\sqrt{2}\right) \\ \Big(a &= _{(\pm)}\sqrt{72\left(3+2\sqrt{2}\right)} = 20{,}48...\Big) \end{aligned}$$

Tölkkien yhteinen tilavuus on

$$\begin{aligned} V_1 &= \pi\cdot 5^2\cdot h+\pi\cdot 7^2\cdot h \\ &= 25\pi h+49\pi h \\ &= 74\pi h \end{aligned}$$

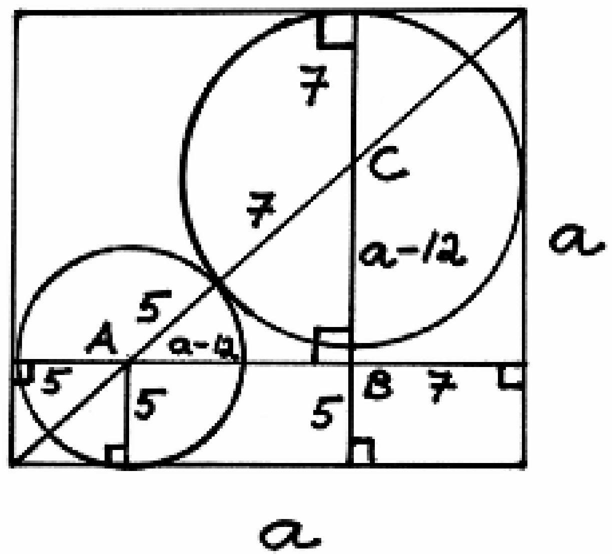
Laatikon tilavuus on

$$\begin{aligned} V_2 &= a^2 h \qquad \left|a^2 = 72\left(3+2\sqrt{2}\right)\right. \\ &= 72\left(3+2\sqrt{2}\right)h \end{aligned}$$

Tyhjän tilan osuus laatikon tilavuudesta on

$$\begin{aligned} \frac{V_2-V_1}{V_2}\cdot 100\,\% &= \frac{72\left(3+2\sqrt{2}\right)h-74\pi h}{72\left(3+2\sqrt{2}\right)h}\cdot 100\,\% \\ &= \frac{h\left[72\left(3+2\sqrt{2}\right)-74\pi\right]}{72\left(3+2\sqrt{2}\right)h}\cdot 100\,\% \\ &= \frac{72\left(3+2\sqrt{2}\right)-74\pi}{72\left(3+2\sqrt{2}\right)}\cdot 100\,\% \\ &= 44{,}60...\,\% \\ &\approx 45\,\% \end{aligned}$$

Tapa 2



Pythagoraan lauseen mukaan

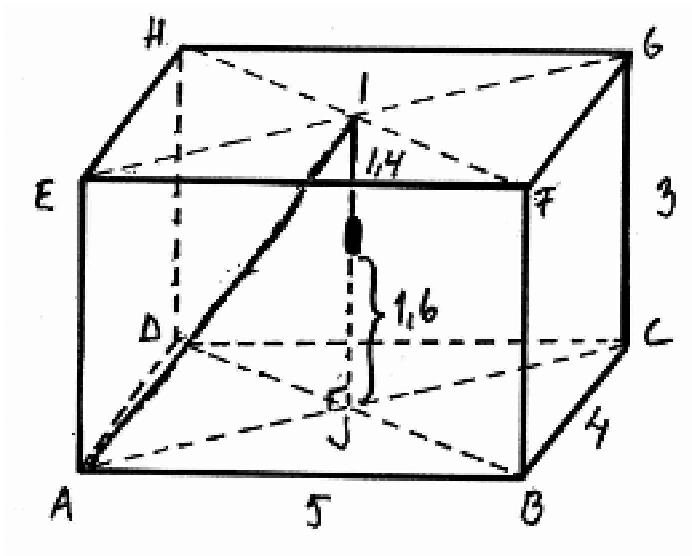
$$(a-12)^2+(a-12)^2=12^2 \qquad |\triangle ABC$$
$$2(a-12)^2=144 \qquad |:2$$
$$(a-12)^2=72$$
$$a-12=\pm\sqrt{72}$$
$$a=12\pm\sqrt{72} \qquad |a>0$$
$$a=12+\sqrt{72}$$
$$a=12+\sqrt{36\cdot 2}$$
$$a=12+6\sqrt{2}$$
$$a=6\left(2+\sqrt{2}\right)$$
$$a=20,48...$$

Jatko kuten tavassa 1.

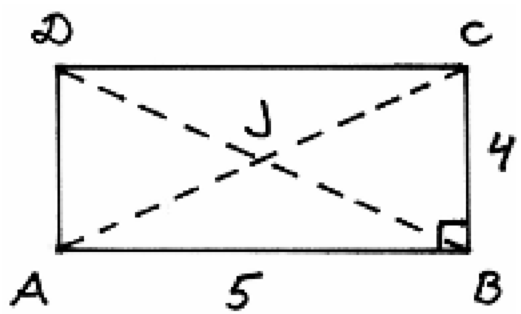
Vastaus Tyhjän tilan osuus laatikon tilavuudesta on 45 %.

929

a)



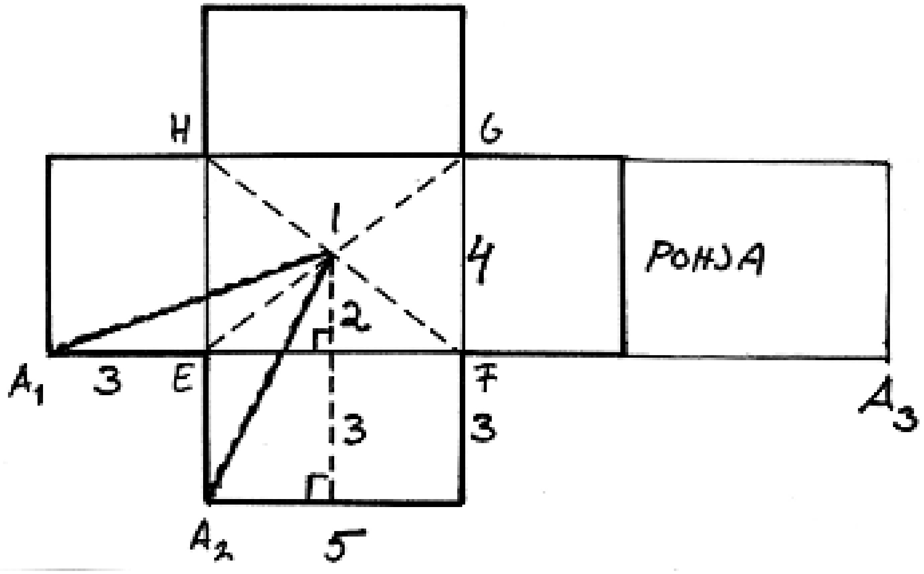
Pohjatahko:



$$AJ=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{5^2+4^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$$
$$AI=\sqrt{AJ^2+JI^2}=\sqrt{\frac{41}{4}+9}=4,387...\approx 4,4\ (\mathrm{m})$$

Johtoa tarvitaan vähintään $4,4\ \mathrm{m}+1,4\ \mathrm{m}=5,8\ \mathrm{m}$.

b) Tilannetta kuvaa seuraava tasokuvio.



Tutkitaan kumpi reiteistä A_1I ja A_2I on lyhyempi.

1) $A_1I = \sqrt{\left(3+2\frac{1}{2}\right)^2 + 2^2} = 5{,}852... \approx 5{,}9\ (\text{m})$

2) $A_2I = \sqrt{\left(2\frac{1}{2}\right)^2 + (3+2)^2} = 5{,}590... \approx 5{,}6\ (\text{m})$

Reitti A_2I on lyhyempi, joten johtoa tarvitaan vähintään
$5{,}6\ \text{m} + 1{,}4\ \text{m} = 7{,}0\ \text{m}$.

Vastaus a) 5,8 m b) 7,0 m